

Фото-Литогр Шереръ, Набгольцъ и К° въ Москвѣ

P Broca

ИЗВѢСТІЯ ИМПЕРАТОРСКАГО ОБЩЕСТВА ЛЮБИТЕЛЕЙ ЕСТЕСТВОЗНАНІЯ, АНТРОПОЛОГІИ И ЭТНОГРАФІИ,
СОСТОЯЩАГО ПРИ МОСКОВСКОМЪ УНИВЕРСИТЕТѢ.
Томъ XXXVIII, выпускъ 1.
Труды Антропологическаго Отдѣла, томъ 6.

АНТРОПОЛОГИЧЕСКІЯ ТАБЛИЦЫ,

ДЛЯ

КРАНІОЛОГИЧЕСКИХЪ И КЕФАЛОМЕТРИЧЕСКИХЪ ВЫЧИСЛЕНІЙ

СОСТАВЛЕНЫ

П. БРОКА

Профессоромъ Парижскаго Медицинскаго Факультета.

ВЫПУСКЪ 1.

Введеніе: *Объ употребленіи антропологическихъ таблицъ.*

ПЕРЕВОДЪ

Анатолія Богданова.

(Изданіе на средства, пожертвованныя Ф. А. Терещенко).

МОСКВА.
Типографія и Литографія С. П. Архипова и К°., Большая Кисловка, собственный домъ.
1879.

Напечатано по опредѣленію Совѣта Императорскаго Общества Любителей Естествознанія, Антропологіи и Этнографіи.
Президентъ Общества, Тайный Совѣтникъ *Григорій Щуровскій*.

Въ бытность мою въ Парижѣ въ 1874 году я имѣлъ случай ознакомиться съ антропологическими таблицами г. Брока и убѣдиться въ значительномъ облегченіи, доставляемомъ ими при краніологическихъ вычисленіяхъ. По моей просьбѣ г. Брока доставилъ мнѣ одинъ рукописный экземпляръ для Зоологическаго Музея Московскаго Университета, которымъ я съ того времени и пользовался постоянно. Въ послѣдніе года число лицъ, интересующихся антропологическими изслѣдованіями, увеличилось значительно даже въ Москвѣ и для одной нашей лабораторіи и для членовъ Антропологическаго Отдѣла потребовалось нѣсколько экземпляровъ. Такъ какъ переписка такихъ таблицъ и дорога, и затруднительна, и такъ какъ мнѣ было выражено нѣкоторыми моими сотоварищами желаніе видѣть подобныя таблицы напечатанными, то я воспользовался новымъ своимъ свиданіемъ съ г. Брока на Антропологическомъ конгрессѣ въ Парижѣ въ 1878 г., чтобы не только попросить у него права издать таблицы, но также предложить ему отъ имени Комитета Антропологической выставки и Совѣта Общества оказать содѣйствіе въ томъ, чтобы уменьшить и облегчить употребленіе такихъ таблицъ присоедпненіемъ къ нимъ особаго введенія. Мнѣ казалась особенно необходимою пояснительная статья для тригонометрическихъ таблицъ и пріемовъ, столь интересныхъ для краніологовъ и столь еще мало распространенныхъ у насъ въ Россіи. Въ самомъ дѣлѣ, хотя профессоръ Брока и написалъ нѣсколько статей о приложеніи тригонометріи къ краніологіи, но онѣ, какъ помѣщенныя въ спеціальныхъ журналахъ, не могли быть постоянно подъ руками у большинства наблюдателей, въ особенности въ провинціальныхъ городахъ. Г. Брока любезно согласился на мое предложеніе и составилъ сводъ всего имъ написаннаго о тригонометрическихъ пріемахъ съ нѣкоторыми добавленіями въ особой статьѣ нынѣ издаваемой мною въ переводѣ. Статья эта написана спеціально для изданій Общества Любителей Естествознанія и служитъ программою или инструкціею тѣхъ изслѣдованій, кои Брока стремится ввести въ Антропологію.

Такъ какъ инструкціи Брока (антропологическія и краніометрическія, а также таблицы) оказали существенную услугу Антропологіи, въ развитіи и упроченіи коей г. Брока стяжалъ особенно много заслугъ, то Комитетъ выставки приложилъ портретъ г. Брока къ его статьѣ, редактированной спеціально для Общества. Это сдѣлано какъ выраженіе признательности Общества къ своему сочлену, постоянно содѣйствовавшему ему и сочувствовавшему во всѣхъ его начинаніяхъ по Антропологіи во все истекшее десятилѣтіе Антропологическаго Отдѣла.

Измайлово. Пасѣка Общества Акклиматизаціи.
22 Іюля 1879 г.

Анатолій Богдановъ.



АНТРОПОЛОГИЧЕСКІЯ ТАБЛИЦЫ.

§ 1. *Методъ краніометрическихъ указателей и польза антропологическихъ таблицъ.*

Цѣль краніометріи состоитъ въ выраженіи съ помощію чиселъ не только абсолютныхъ размѣровъ черепа, но также и соотношеній, существующихъ между этими размѣрами и дающихъ возможность придать математическую точность опредѣленію общихъ формъ всего черепа или нѣкоторыхъ спеціальныхъ его отдѣловъ, и выразить это опредѣленіе въ числовыхъ величинахъ.

Можно видоизмѣнять до безконечности изученіе взаимныхъ соотношеній краніометрическихъ линій. Между этими соотношеніями существуетъ большое число такихъ, которыя представляютъ тотъ или другой частный интересъ, но имѣются также и такія, кои особенно наглядно указываютъ и опредѣляютъ морфологическіе признаки и вслѣдствіе того носятъ названіе *указателей*. Нѣкоторые морфологическіе признаки, не менѣе существенные и важные, выражаются измѣреніями угловъ, получаемыми, или прямо и непосредственно съ помощію *гоніометровъ*, или же особымъ методомъ, носящимъ названіе *тригонометрическаго*.

Изученіе краніометрическихъ линій, ихъ соотношеній и ихъ направленія, много облегчаетъ оцѣнку морфологическихъ признаковъ черепа и ихъ дознанію; но если бы дѣло шло только объ описаніи отдѣльныхъ череповъ, то то же самое можно было бы до извѣстной степени удовлетворительно достигнуть прибавленіемъ къ описательному тексту краніографическихъ рисунковъ. Если такія изображенія получены геометрическими способами и при соблюденіи строго опредѣленныхъ и постоянныхъ правилъ установки и оріентировки, то они очень удобны для сравнительнаго изученія и изслѣдованія; ихъ можно считать даже совершенно достаточными въ тѣхъ случаяхъ, въ коихъ имѣется въ виду сравнивать только очень различные черепа, каковы, напримѣръ, черепъ человѣка и гориллы. Но подраздѣленія рода человѣческаго слишкомъ близки другъ къ другу для того, чтобы методъ *индивидуальныхъ* или *единичныхъ наблюденій* былъ вполнѣ достаточенъ. Видоизмѣненія, естественно являющіяся въ каждой расѣ, даже самой чистокровной, вызываютъ колебанія въ краніологическихъ признакахъ въ такой степени, что границы ихъ въ племенахъ самыхъ различныхъ не рѣзки и затемняются частыми переходами ихъ въ крайнихъ случаяхъ. Такъ, хотя черепъ негра отличается отъ черепа европейца большимъ числомъ рѣзко выраженныхъ признаковъ, но все таки не существуетъ ни одного изъ этихъ послѣднихъ, который бы не могъ въ отдѣльныхъ случаяхъ не встрѣчаться у обѣихъ расъ: мы можемъ, напримѣръ, встрѣтить нѣкоторыя особи бѣлой расы, кои будутъ и болѣе прогнатичны, и болѣе широконосы, чѣмъ иные негры. Такое перекрещиваніе признаковъ будетъ встрѣчаться тѣмъ чаще, чѣмъ болѣе мы будемъ сравнивать между собою расы наиболѣе близкія и въ особенности расы видоизмѣнившіяся отъ скрещиванія.

Методъ единичныхъ наблюденій, какъ видно изъ сказаннаго, можетъ привести насъ только къ выводамъ очень недостаточнымъ въ вопросахъ о характеристикѣ человѣческихъ группъ; онъ можетъ привести даже въ нѣкоторыхъ случаяхъ къ совершенно ошибочнымъ заключеніямъ, бросившимъ нѣкоторое сомнѣніе на результаты краніологіи и повліявшимъ печально на нѣкоторыхъ трудившихся въ области ея. Никто не отрицаетъ, что между человѣческими племенами существуютъ различія въ черепахъ, но многіе задавали себѣ вопросъ: могутъ ли эти различія быть констатированными съ тою точностію и достовѣрностію, которыя требуются наукою? Многіе дошли даже до убѣжденія, что признаки взятые отъ черепа на столько измѣнчивы даже въ одной расѣ, что не могутъ служить основаніемъ для установленія типическихъ племенныхъ свойствъ и признаковъ. Въ свое время эти возраженія и сомнѣнія имѣли полное основаніе, но они удостовѣряли только недостаточность въ методѣ изслѣдованія; они указывали только на необходимость выключенія или нейтрализаціи причинъ ошибочности, происходящихъ отъ индивидуальныхъ варіяцій и уклоненій. Этого наука достигла съ помощію *метода среднихъ чиселъ*.

Въ каждой расѣ, чистой или мало смѣшанной, существуетъ извѣстный общій типъ, выражающійся въ извѣстномъ числѣ признаковъ, кои при изученіи ихъ по одиночкѣ являются преобладающими у большинства особей, но которыя рѣдко встрѣчаются одновременно въ типической степени у одной и той же особи. Индивидуальныя видоизмѣненія происходятъ оттого, что тотъ или другой признакъ колеблется болѣе или менѣе около типической нормы, то не доходя до нея, то переходя ее; ясно поэтому, что во всемъ народонаселеніи одного типа, число и объемъ колебаній въ ту или другую сторону уравновѣшиваются, что уклоненія должны, слѣдовательно, нейтрализоваться, сливаясь въ среднемъ числѣ.

Каждый рядъ, достаточно многочисленный и составленный безъ *предвзятой идеи*, долженъ дать одинъ и тотъ же результатъ, но вѣрность метода уменьшается по мѣрѣ уменьшенія численности изслѣдуемаго ряда. Опытъ показалъ, что ряды менѣе десяти членовъ ведутъ часто къ очень ошибочнымъ выводамъ. Удовлетворительными средними будутъ только тѣ, кои основываются не менѣе, какъ на 20 наблюденіяхъ. Такъ какъ среднія слѣдуетъ брать отдѣльно для каждаго пола и такъ какъ относительное число членовъ ряда того или другаго пола зависитъ много отъ случая, то слѣдуетъ желать, чтобы

краніологическія серіи заключали въ себѣ не менѣе 50 череповъ для каждой группы. Нужно даже желать имѣть большее число, если населеніе подвергалось большому смѣшенію. Отсюда не слѣдуетъ однако же заключать, что методъ среднихъ не пригоденъ для рядовъ меньшей численности: и въ этомъ случаѣ онъ остается очень цѣннымъ, но только не даетъ такой степени достовѣрности по отношенію своихъ выводовъ. Если рядъ состоитъ только изъ 3 или 4 череповъ, то слѣдуетъ быть недовѣрчивымъ къ полученнымъ результатамъ, такъ какъ въ этомъ случаѣ они могутъ быть совершенно случайны.

Методъ среднихъ есть по самому своему существу методъ числовой; онъ приложимъ только къ признакамъ, выраженнымъ числами, но въ настоящее время, благодаря успѣхамъ краніометріи, большинство признаковъ, получаемыхъ отъ черепа, можетъ быть опредѣлено прямо или косвенно, посредственно или непосредственно, съ помощію измѣреній, коимъ стараются придать возможно большую точность.

Чтобы достигнуть этой цѣли установили съ одной стороны на черепѣ постоянныя точки и опредѣленныя основныя линіи, служащія исходнымъ началомъ для дальнѣйшихъ выводовъ; съ другой стороны присоединили къ двумъ первоначальнымъ и элементарнымъ снарядамъ для измѣренія (лентѣ и циркулю) извѣстное число спеціальныхъ инструментовъ, устроенныхъ и употребляемыхъ на геометрическихъ основаніяхъ. Впрочемъ, несмотря на всѣ эти улучшенія, не всегда возможно получить строгую точность въ измѣреніяхъ вслѣдствіе неправильной формы черепа, но во всякомъ случаѣ уже достигнуто то, что предѣлы ошибокъ въ измѣреніяхъ линій не превосходятъ одного миллиметра, а для угловъ одного градуса; эту степень приближенія къ строгой математической точности можно считать достаточною, такъ какъ при этомъ вѣроятность ошибки въ ту или другую сторону не превышаетъ $^1/_2$ миллиметра или $^1/_2$ градуса, а это и составляетъ то, что называется *допустимой ошибкой*. Чтобы избѣгнуть и этой послѣдней, пришлось бы усложнять значительно снаряды и сдѣлать ихъ употребленіе на практикѣ болѣе труднымъ и работу съ ними болѣе медленною. Такъ какъ методъ среднихъ требуетъ большаго числа наблюденій, то является необходимымъ достигнуть и значительной скорости въ самыхъ пріемахъ измѣренія. Поэтому то и не придаютъ значенія при измѣреніяхъ частямъ миллиметра или градуса, и это имѣетъ тѣмъ меньшее вліяніе на общій результатъ, что отбрасываемыя дроби то бываютъ положительными, то отрицательными, а вслѣдствіе этого и ошибка, происходящая отъ отбрасыванія дробей, почти не имѣетъ никакого значенія на величину средняго числа.

Нужно замѣтить однако же, что если измѣренія *очень малы* и *служатъ для установленія указателей*, то отбрасываніе величинъ, равняющихся полумиллиметру, можетъ повести къ весьма нежелательнымъ и вреднымъ послѣдствіямъ, какъ напримѣръ по отношенію линій, дающихъ носовой и глазничный указатели [1]). Къ счастію краніологъ имѣетъ въ своемъ распоряженіи очень простой и небольшой инструментъ — *раздвижной циркуль*, дозволяющій получить скоро и точно, до полумиллиметра точности, длину такихъ линій, коихъ исходныя точки къ тому же опредѣляются съ достаточною точностію по самой своей сущности. Другими словами: въ только что указанныхъ нами случаяхъ допустимая ошибка является уже не 1 миллиметръ, а $^1/_2$ миллиметра, но такіе случаи являются вообще исключительными.

Какъ бы то ни было, но краніометрія оставляетъ всегда мѣсто извѣстной ошибкѣ, которой нужно подчиниться и признать за неизбѣжную, но эта ошибка, вытекающая изъ самой сущности пріемовъ, единственная дозволительная. Не слѣдуетъ увеличивать эту слабую сторону краніометрическихъ изслѣдованій еще такими ошибками, кои вытекаютъ изъ недостаточныхъ или дурно сгруппированныхъ вычисленій. Съ того момента, какъ измѣренія сдѣланы и записаны, весь остальной трудъ долженъ быть произведенъ съ математическою точностію. Нѣкоторые изслѣдователи полагали, что такъ какъ допустимо отбрасываніе дробей при измѣреніяхъ, то оно допустимо также и при вычисленіяхъ. Это умозаключеніе сводится къ тому, что произвольно и сознательно допускается вторая ошибка потому, что неизбѣжна первая, и оно, очевидно, не можетъ выдержать критики. Оно мотивируется только тѣмъ, что желаютъ выиграть время, упрощая пріемы вычисленій. Этотъ мотивъ на первый взглядъ кажется имѣющимъ за себя нѣкоторое основаніе, такъ какъ время у ученыхъ есть то, что для нихъ особенно цѣнно; но такой потери времени можно избѣгнуть, давая въ руки изслѣдователей готовые результаты вычисленій въ особыхъ таблицахъ, на которыхъ моментально можно найти результатъ вычисленія съ двумя десятичными величинами дроби.

Я считаю, что двѣ десятичныя *достаточны* и что онѣ *необходимы*. Замѣтимъ сначала, что соотношенія чиселъ вообще и указателей въ частности почти всегда суть дроби меньшія единицы. Если мы желаемъ установить соотношеніе двухъ линій A и B, то знаменателемъ дроби мы обыкновенно выбираемъ ту изъ нихъ, которая имѣетъ наибольшую величину. Если такія линіи мало отличны по величинѣ, то можетъ случиться, что въ однихъ случаяхъ одна изъ нихъ будетъ меньше другой, а въ другихъ больше, но въ обыденныхъ случаяхъ всегда одна изъ линій больше другой постоянно и ее то берутъ за знаменатель дроби, а меньшую за числитель. Дѣленіе такихъ величинъ всегда даетъ частное меньше единицы. При такихъ условіяхъ результатъ дѣленія можетъ быть выраженъ только въ десятичной дроби, что не особенно удобно для сравненія различныхъ соотношеній, употребляемыхъ въ краніологіи. Поэтому условились помножать дробь на 100 или, что то же самое, опредѣлять соотношенія, приводя ихъ къ сотымъ. При такомъ пріемѣ, запятая десятичной дроби переносится на два члена направо; напримѣръ: черепной указатель, дающій соотношеніе величинъ 135 и 181, пишется не 0,7458, а выражается величиною 74,58$^0/_{00}$. Цифры, стоящія слѣва отъ запятой, составляютъ *характеристическую* величину указателя, а остальныя два числа дополнительную десятичную дробь.

Принявши это, мы видимъ, что характеристическая величина совершенно достаточна для выясненія намъ той особенности, которую мы желаемъ выразить съ помощію указателя. Десятичныя, слѣдующія за главнымъ числомъ въ указателѣ, весьма мало вліяютъ на наше представленіе о свойствѣ признака и не измѣняютъ его осязательно, такъ какъ касаются только слабыхъ оттѣнковъ различія. Но всякому понятно однакоже, что

[1]) Предположимъ, напримѣръ, что обѣ носовыя линіи имѣютъ величину 21,5 мм. и 45,5 мм.; тогда носовой указатель получится 47,25$^0/_{00}$. Если же не принимать въ соображеніе дроби, а принять въ цѣлыхъ 22 мм. и 45 мм., то указатель будетъ уже 48,88$^0/_{00}$. Но это же упрощеніе 22 и 45 приложимо и къ черепу, у коего длина этихъ же линій будетъ 22,5 мм. и 44,5 мм.: у такого черепа истинный показатель выразится 50,50$^0/_{00}$. Такимъ образомъ чрезъ отбрасываніе дробей мы можемъ подвести подъ одинъ указатель два черепа, у коихъ въ дѣйствительности этотъ указатель будетъ отличаться на три единицы.

при сопоставленіи нѣсколькихъ близкихъ рядовъ, или нѣсколькихъ череповъ одной серіи, не слѣдуетъ пренебрегать и мелкими оттѣнками: такъ, ясно, что длинноголовый черепъ съ указателемъ 74 не можетъ быть смѣшанъ съ другимъ, имѣющимъ указатель 74,50. Поэтому каждый признаетъ необходимость придавать хотя одну десятичную къ характеристичному цѣлому числу. Эта первая десятичная была бы достаточна, если бы намъ приходилось разсматривать только индивидуальные случаи, такъ какъ при этомъ вторая десятичная дѣйствительно не имѣетъ особаго значенія. Но не то выходитъ, если сопоставляютъ цѣлыя серіи, если берутъ среднее изъ извѣстнаго числа указателей: тутъ вторыя десятичныя могутъ, послѣ сложенія и дѣленія, требующихся въ такихъ случаяхъ, увеличить на цѣлую единицу первое десятичное число. Если же мы признаемъ, что первая десятичная полезна для характеристики, то она можетъ быть такою только въ томъ случаѣ, если она будетъ точна, а этого не достигнемъ въ рядѣ безъ второй десятичной, которая вслѣдствіе этого тоже оказывается *необходимою*. Но этими двумя десятичными можно и ограничиться и не идти дальше, такъ какъ третья десятичная, совершенно неимѣющая значенія въ отдѣльныхъ индивидуальныхъ случаяхъ, можетъ вліять только на вторую десятичную, но по отношеніи послѣдней вовсе не особенно важно знать—больше или меньше на единицу она въ дѣйствительности.

Вмѣсто приведенія къ сотымъ, нѣкоторые ученые, напримѣръ Ретціусъ, выражаютъ соотношенія въ тысячныхъ безъ употребленія десятичнаго обозначенія. По этой системѣ черепной указатель, обозначаемый нами величиною 74,58%, выразится такъ — 745‰, причемъ отбрасывается четвертое число, о пользѣ котораго мы только что говорили. Такому обозначенію приписываютъ то удобство, что оно упрощаетъ изученіе указателей, пользуясь только цѣлыми числами, но это удобство чисто воображаемое, такъ какъ вычисленія остаются все тѣ же, будемъ ли мы употреблять запятую или нѣтъ при отдѣленіи чиселъ. Поэтому отъ такого обозначенія ничего не выигрывается въ трудѣ, но теряется очень много со стороны ясности. Представленіе, столь полезное и столь простое, даваемое характеристичнымъ числомъ, замѣняется осложненіемъ, очень затрудняющимъ память. Если кто изучилъ черепъ или рядъ долихоцефаловъ, обозначаемыхъ характеристичнымъ числомъ 74, то онъ легко вспомнитъ эту величину, такъ какъ она соотвѣтствуетъ извѣстному члену ряда, въ который группируются черепа, и притомъ не особенно велика, вслѣдствіе чего легко составляется представленіе о всѣхъ послѣдовательныхъ градаціяхъ членовъ ряда и удерживается въ памяти характеристичное число для каждаго изъ нихъ. При употребленіи обозначенія въ тысячныхъ, члены рядовъ становятся въ десять разъ болѣе многочисленными и потому память должна въ 10 разъ употребить болѣе усилій, чтобы удержать характеристику каждаго члена ряда.

Итакъ, суммируя сказанное, мы видимъ, что при изученіи указателей или другихъ краніометрическихъ соотношеній мы должны имѣть въ виду два условія: во первыхъ заботиться о простотѣ въ общихъ описаніяхъ и въ нахожденіи признаковъ, долженствующихъ запечатлѣться въ нашей памяти и создать образъ въ нашемъ воображеніи, и во вторыхъ, быть точными въ нашихъ изслѣдованіяхъ, въ вычисленіяхъ и анализахъ при сравненіи серій или рядовъ фактовъ. Обѣ эти цѣли достигаются способомъ приведенія нашихъ соотношеній въ сотыя доли съ двумя десятичными членами. При приведеніи въ сотыя доли съ одною десятичною мы достигаемъ первой изъ указанныхъ цѣлей, но не удовлетворяемъ второй. Способъ приведенія къ тысячнымъ долямъ безъ десятичныхъ не достигаетъ ни той, ни другой цѣли. Поэтому я первый, уже 18 лѣтъ тому назадъ, усвоилъ способъ обозначенія *характеристическаго числа съ двумя десятичными*, дѣлающійся весьма удобнымъ и легкимъ при употребленіи антропологическихъ таблицъ (barêmes anthropologiques).

Эти таблицы вовсе не могутъ сдѣлать ненужнымъ всякій трудъ по краніологическимъ вычисленіямъ. Такъ онѣ вовсе не пригодны при исчисленіи среднихъ величинъ; поэтому наблюдатель самъ долженъ составить рядъ измѣреній изучаемой имъ серіи, сдѣлать сложеніе и получить сумму величинъ членовъ ряда, раздѣлить эту сумму на число изучаемыхъ череповъ и получить средній указатель съ двумя цѣлыми и двумя десятичными. Но этотъ трудъ вычисленія среднихъ кажется весьма малымъ сравнительно съ послѣдовательнымъ вычисленіемъ указателей каждаго черепа при большой серіи ихъ. Вотъ такія то вычисленія облегчаются и замѣняются нашими таблицами, равно какъ дается возможность избѣгнуть случайныхъ ошибокъ при сложныхъ или многочисленныхъ выкладкахъ.

Методъ среднихъ оказалъ столько услугъ краніологіи, не имѣвшей возможности безъ него принять вполнѣ научную форму, онъ настолько оказался стоящимъ выше прежняго метода формулированія отдѣльныхъ частныхъ наблюденій, что нѣкоторые наблюдатели пришли къ убѣжденію въ непригодности или ненужности этого прежняго метода. Такъ какъ методъ среднихъ дѣйствительно оказался очень полезнымъ орудіемъ, то его сочли совершенно достаточнымъ. Видя, что этимъ методомъ усовершенствовалась краніологія, стали считать, что онъ составляетъ исключительную цѣль послѣдней, или другими словами: многіе стали полагать, что изученіе ряда являлось вполнѣ законченнымъ, если изъ него были получены среднія. Такое мнѣніе нельзя не считать ошибочнымъ; принимать это, значитъ отклоняться вполнѣ отъ основъ метода числовыхъ изысканій. Среднее выражаетъ только общій результатъ, но не даетъ знанія о составѣ той группы членовъ, изъ коей оно получено; оно не выясняетъ ни степень однородности членовъ ряда, ни предѣла варьяцій, замѣчаемыхъ въ средѣ ихъ. Рядъ, состоящій изъ равной доли череповъ длинныхъ и короткихъ, сливается въ среднемъ съ рядомъ среднеголовыхъ однородныхъ, несостоящимъ изъ смѣшенія череповъ различной формы. Поэтому анализъ ряда является неизбѣжнымъ; необходимо, чтобы указатели каждаго черепа были опредѣлены въ отдѣльности для возможности сравненія ихъ другъ съ другомъ и съ среднимъ. Безъ этого методъ среднихъ теряетъ наибольшую долю своего значенія. Конечно это условіе вызываетъ значительное увеличеніе труда, такъ какъ если мы желаемъ изучить только 10 указателей въ рядѣ изъ 50 череповъ, то мы должны произвести 500 вычисленій съ величинами въ четыре цифры. Чтобы избѣгнуть этого затрудненія и дать возможность не ошибаться въ вычисленіяхъ, я и составилъ въ 1861 году первые отдѣлы моихъ антропологическихъ таблицъ.

Въ 1867 году, когда я основалъ мою антропологическую лабораторію, то заказалъ для нея списокъ съ составленныхъ мною таблицъ, увеличившихся затѣмъ въ численности вслѣдстіе составленія новыхъ таблицъ для новыхъ указателей, для тригонометрическихъ пріемовъ и для другихъ цѣлей. Смѣю думать, что эта моя попытка облегчить краніометрическія изслѣдованія со-

дѣйствовала облегченію работъ французскихъ краніологовъ.

Нѣкоторыя заграничныя лабораторіи оказали мнѣ честь заявленіемъ желанія получить списки съ моихъ таблицъ. Списки эти, производимыя рукописью, составляютъ очень продолжительный и нелегкій трудъ, требующій еще кромѣ того по окончаніи тяжелой и продолжительной провѣрки. Поэтому я и принялъ съ признательностію предложеніе моего Московскаго сотоварища, профессора Богданова, напечатать эти таблицы въ изданіяхъ Общества Любителей Естествознанія, состоящаго при Московскомъ Университетѣ.

§ 2. Составъ и употребленіе таблицъ указателей.

Нѣкоторыя таблицы могутъ служить одновременно для полученія нѣсколькихъ указателей; но часто представляется болѣе удобнымъ, съ точки зрѣнія скорости изслѣдованій, соединить въ одну таблицу то, что относится къ одному какому либо указателю.

Я помѣстилъ въ своихъ таблицахъ только наиболѣе употребительные указатели, и потому я не могу предполагать, чтобы мои таблицы служили для всякаго рода изслѣдованій. Каждый наблюдатель можетъ почувствовать потребность изучить какія либо новыя соотношенія величинъ, нетолько на черепѣ, но и на остальномъ скелетѣ, такъ какъ методъ указателей приложимъ къ цѣлой массѣ остеологическихъ вопросовъ, къ опредѣленію пропорцій и соотношеній конечностей, къ формѣ извѣстныхъ костей и полостей ихъ и т. д. Въ моемъ портфелѣ имѣется значительное число таблицъ, относящихся къ грудному указателю, къ указателю предплечевому, лопаточному, указателю соотношеній длины и ширины берцовой кости, голени и т. д. Каждый наблюдатель неизбѣжно составитъ самъ для себя, для каждаго представляющагося ему частнаго случая, изслѣдуемаго числовымъ методомъ, тѣ специальныя таблицы, кои подходятъ къ его цѣли. Поэтому я считаю полезнымъ дать здѣсь нѣсколько указаній для составленія такихъ специальныхъ таблицъ. Процессъ составленія ихъ гораздо проще и менѣе продолжителенъ, чѣмъ это можно было бы предполагать съ перваго взгляда. Требуется гораздо менѣе труда для составленія полной таблицы какого либо указателя или какихъ либо соотношеній, чѣмъ для вычисленія этихъ указателей по каждому члену ряда, состоящему изъ 50 членовъ, и этотъ трудъ упрощается еще болѣе съ помощію нашей первой таблицы, которую мы назвали *основною* (tableau élémentaire).

Основная таблица даетъ указатели дроби съ числителемъ въ одинъ миллиметръ. Она заключаетъ рядъ частныхъ чиселъ, полученныхъ чрезъ раздѣленіе 1 на послѣдовательную серію величинъ отъ 1 до 270. Для остеологіи конечностей нужно бы продолжить гораздо далѣе эту таблицу, а для краніометріи человѣка рядъ могъ бы остановиться и на числѣ 225, такъ какъ ни одинъ діаметръ, ни одна ось на черепѣ человѣка, не имѣетъ въ длину болѣе 225 мм. Если мы взяли рядъ до 270, то имѣли въ виду и таблицы для краніологіи Антропоморфныхъ.

Частное отъ дѣленія 1 на величину всѣхъ остальныхъ членовъ принятаго нами ряда доведено нами до шестой десятичной. Такъ какъ мы стремимся въ краніологіи, къ приведенію въ сотыя доли, то, помножая частное на 100, мы переносимъ запятую на два члена влѣво и получаемъ *четыре десятичныхъ* справа отъ запятой. Что касается до характеристичнаго числа, то обыкновенно оно выражается одною величиною, и именно довольно часто нулемъ. Мы тотчасъ же увидимъ для чего намъ нужны четыре десятичныя.

Получивши такимъ образомъ нашу основную таблицу, мы пользуемся ею для составленія другихъ таблицъ. Такъ, если бы мы захотѣли получить таблицу какого либо указателя, выражающаго въ сотыхъ доляхъ соотношенія двухъ линій A и B, т. е. дробь $100\times\frac{A}{B}$, то прежде всего мы должны были бы опредѣлить наибольшую и наименьшую величину каждой изъ этихъ линій. Возьмемъ въ частности, напримѣръ, *носовой указатель*, составляющій соотношеніе между наибольшею шириною ноздрей *nn* и всею длиною носовой части или линіею носовою (nasospinalis) *NS*. Линія *nn*, т. е., ширина ноздрей, варьируетъ у человѣка между 16 и 31 мм., а линія *NS* между 36 и 60 мм. Слѣдовательно, намъ нужно вычислить частное отъ дѣленія каждаго изъ чиселъ ряда съ 16 до 31 на каждое число ряда съ 36 по 60. Это обозначается формулою $\frac{16-31}{36-60}$, стоящею въ заголовкѣ таблицы.

Сначала вычисляютъ всѣ частныя отъ дѣленія чиселъ 16, 17, 18.....31 на знаменатель 36. Основная таблица показываетъ, что при знаменателѣ 36 указатель при 1 миллиметрѣ числителя будетъ 2,7777, но эту дробь пишутъ 2,7778, чтобы не имѣть періодической дроби. Указатель при 16 мм. въ числителѣ можетъ быть полученъ чрезъ умноженіе этого основнаго или элементарнаго указателя на 16, что не представитъ никакого неудобства, такъ какъ числитель 16 величина очень незначительная. Однако, если числитель гораздо больше, то небольшая неточность, происшедшая оттого, что пятая десятичная была отброшена или увеличена нами на единицу для избѣжанія непрерывной дроби, могла бы произвести ошибку на 3-й или даже на 2-й десятичной въ результатѣ нашего умноженія. Поэтому лучше получить первый указатель (16: 36) прямымъ раздѣленіемъ числителя 16 на знаменателя 36. Частное, полученное такимъ образомъ, будетъ 44,4444; чтобы получить слѣдующій второй указатель (17: 36) стоитъ только прибавить къ первому 2,7778, что составитъ 47,2222. Прибавляя къ этому вновь элементарный указатель, получаемъ слѣдующій указатель для 18, 19 и т. д. Простое сложеніе, упрощаемое кромѣ того размѣщеніемъ чиселъ въ одинъ столбецъ, даетъ возможность получить весь рядъ указателей до самаго послѣдняго т. е. 31: 36. Для повѣрки точности полученнаго результата вычисляютъ непосредственнымъ дѣленіемъ послѣдній указатель. Если онъ сходенъ съ первымъ до второй десятичной включительно, то вычисленіе можно признать вѣрнымъ.

Всѣ полученные такимъ образомъ указатели имѣютъ четыре десятичныя; такъ какъ намъ нужны только двѣ десятичныхъ, то въ окончательную таблицу и вставляютъ двѣ первыхъ десятичныхъ, увеличивая на единицу послѣднее число, если третья десятичная цифра имѣетъ величину болѣе пяти.

Указанныя послѣдовательныя сложенія производятся тѣмъ съ большею скоростію и отнимаютъ тѣмъ меньше времени, что не требуютъ послѣдовательныхъ переписываній. Основной или элементарный указатель пишется только разъ въ верху столбца чиселъ и скоро каждый получаетъ навыкъ присоединять его къ каждой суммѣ для полученія слѣдующей. Все это дѣлается по-

этому очень скоро, но малѣйшая ошибка, произведенная въ вычисленіи суммы, сдѣлаетъ негодными всѣ послѣдующія суммированія до самаго конца ряда числителей, и такъ какъ этотъ рядъ можетъ заключать для нѣкоторыхъ указателей до 40 чиселъ, то потребуется новый значительный трудъ, если окончательная, указанная мною, повѣрка покажетъ ошибку. Вотъ способъ очень простой, позволяющій уловить тотчасъ же ошибку прежде, чѣмъ довершено вычисленіе всего ряда. Нужно помножить на 10 основной или элементарный указатель одного миллиметра и перенести на одинъ членъ направо запятую. Отъ этого получится указатель 10 миллиметровъ, имѣющій въ частномъ избранномъ нами примѣрѣ величину 27,7780. Прибавляя этотъ указатель къ первоначальному или первому указателю, соотвѣтствующему въ нашемъ случаѣ 16 миллиметрамъ, мы получаемъ указатель для 26 миллиметровъ; прибавляя еще разъ, получаемъ указатель для 36 миллиметровъ и т. д. Такимъ образомъ дѣлается возможнымъ при производствѣ послѣдовательныхъ суммированій для каждаго изъ членовъ ряда, различающихся на 1 миллиметръ, сравнивать полученныя послѣднимъ способомъ указатели для 36, 46 и т. д. съ тѣми, кои получены нами первымъ способомъ, и узнать вѣрны они или нѣтъ; въ случаѣ ошибки при такой повѣркѣ придется производить вновь и провѣрять только десять предъидущихъ вычисленій, а не всѣ цѣлаго ряда.

Мы даемъ эти, можетъ быть через-чуръ подробныя, указанія для того, чтобы облегчить составленіе такихъ спеціальныхъ таблицъ, кои могутъ оказаться необходимыми въ частныхъ случаяхъ и коими потребуется дополнить наши таблицы. Мы выясняемъ это также и съ тою цѣлію, чтобы убѣдить въ томъ, что въ нашихъ таблицахъ нѣтъ ошибокъ *вычисленія*. Ошибки могутъ случайно произойти въ такихъ таблицахъ или по винѣ переписчика, или винѣ типографа, но мы надѣемся, что и такихъ очень мало и они не существенны. Во всякомъ случаѣ мы примемъ съ благодарностію всѣ тѣ поправки, кои будутъ намъ указаны.

Всѣ указатели, соотвѣтствующіе одному и тому же знаменателю, помѣщаются въ нашихъ таблицахъ въ одномъ вертикальномъ столбцѣ или графѣ; въ послѣдующихъ вертикальныхъ столбцахъ ставятся указатели, соотвѣтствующіе послѣдовательному ряду увеличивающихся на единицу знаменателей. Всѣ указатели, соотвѣтствующіе извѣстному числителю, помѣщаются въ одной горизонтальной графѣ. Поэтому отысканіе любаго указателя очень легко на нашихъ таблицахъ: для каждаго соотношенія двухъ величинъ указатель будетъ стоять на мѣстѣ пересѣченія горизонтальной графы, соотвѣтствующей числителю, съ вертикальной, соотвѣтствующей знаменателю.

Мы высказали выше, что указатели носовой и глазничный, выражающіе соотношеніе двухъ очень короткихъ линій, должны быть вычисляемы не отъ миллиметра къ миллиметру, но отъ каждаго полумиллиметра до слѣдующаго полумиллиметра. На раздвижномъ циркулѣ, служащемъ для измѣренія такихъ линій, полумиллиметры не обозначаются, потому приходится опредѣлять глазомѣромъ части миллиметра. Поэтому слѣдуетъ вносить въ свои замѣтки величины полумиллиметровъ только въ тѣхъ случаяхъ, когда конецъ измѣряемой линіи падаетъ на середину или очень близко середины граничныхъ линій, обозначающихъ предѣлы миллиметра на циркулѣ. Результатомъ такого допущенія бываетъ то, что громадное большинство измѣреній получается въ цѣлыхъ числахъ; но во всякомъ случаѣ попадаются и такія, кои явственно указываютъ на необходимость при полученныхъ числахъ и полъмиллиметра. Для такихъ-то случаевъ и составлена вторая половина таблицъ, соотвѣтствующихъ носовому и глазничному указателю.

На этихъ таблицахъ, соотвѣтствующихъ полумиллиметрамъ, записаны указатели такихъ величинъ, у коихъ знаменатель дробь или соотвѣтствуетъ цѣлому числу и полумиллиметру. Нужно было ограничиться этимъ, такъ какъ нѣтъ простой формулы, могущей указать измѣненія дроби, представляющей, при одномъ и томъ же числителѣ, послѣдовательное увеличеніе знаменателя на опредѣленную величину. На нашихъ таблицахъ поэтому имѣется рядъ указателей или частныхъ, происшедшихъ отъ дѣленія какого либо числителя, напримѣръ 16, на различные дробные знаменатели, напримѣръ 48,5, 49,5, 50,5 и т. д.

Измѣненія, кои происходятъ въ дроби, представляющей одинъ и тотъ же числитель, при послѣдовательномъ увеличеніи знаменателя на полумиллиметръ, подчиняются очень простому правилу: слѣдуетъ только прибавить къ величинѣ дроби или указателя, имѣющагося на таблицѣ, половину основнаго или элементарнаго указателя въ 1 миллиметръ. Для этого на нашихъ таблицахъ, снизу каждой изъ нихъ, подъ нижнею горизонтальною чертою для каждаго вертикальнаго столбца данъ указатель, соотвѣтствующій полумиллиметру: этотъ указатель есть половина указателя одного миллиметра.

Такъ напримѣръ, если я хочу знать указатель 16,5:39, то сначала я беру на таблицѣ указатель, соотвѣтствующій 16:39, который будетъ 41,02; я прибавляю къ этому величину 1,28, находящуюся внизу графы, соотвѣтствующей числу 39, и получаю искомый указатель, который будетъ 41,77. Весь процессъ, слѣдовательно, сводится на небольшое сложеніе двухъ чиселъ, уже имѣющихся въ таблицахъ. Конечно можно было бы сдѣлать ненужнымъ и этотъ легкій трудъ, если только удвоить подраздѣленія таблицы, что и было первоначально сдѣлано мною для моихъ собственныхъ работъ. Но такая удвоенная таблица не могла уже помѣститься на одной страницѣ и изслѣдованія съ помощію такихъ таблицъ идутъ гораздо медленнѣе при отыскиваніи чиселъ при большомъ числѣ графъ. Принявъ въ соображеніе сравнительно незначительное число случаевъ, въ коихъ требуется опредѣлять указатель для величинъ съ полумиллиметрами, я пришелъ къ убѣжденію въ томъ, что гораздо экономичнѣе, и по времени, и по простотѣ употребленія таблицъ, прибѣгнуть къ способу сложенія для полумиллиметровъ, только что мною указанному и носящему въ ариѳметикѣ названіе метода разностей.

Я не имѣю дальнѣйшихъ замѣчаній по отношенію употребленія таблицъ обыкновенныхъ указателей, но такія объясненія необходимы для слѣдующихъ затѣмъ таблицъ, предназначенныхъ служить двумъ своеобразнымъ методамъ краніометрическаго изслѣдованія, а именно *методу координатъ* и *методу тригонометрическому*.

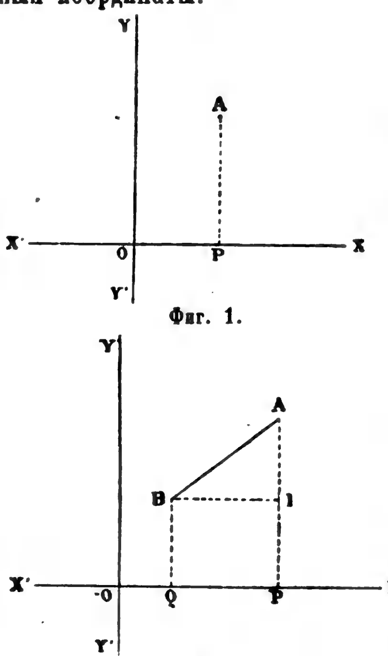
§ 3. *Методъ координатъ и таблицы координатъ.*

Методъ координатъ заимствованъ у аналитической геометріи, коей онъ составляетъ наиболѣе существенную часть. Этотъ методъ приложимъ, какъ къ геометріи пространства, какъ и къ геометріи плоскостной, но въ кра-

ніометріи всѣ тѣ части, кои онъ помогаетъ изучать, лежатъ всегда въ одной плоскости или же *могутъ быть приведены къ ней*. Кромѣ того аналитическая геометрія трехъ измѣреній слишкомъ сложна для того, чтобы ее можно было бы съ пользою приложить къ современнымъ краніологическимъ изслѣдованіямъ.

Методъ двойной линейки (double equerre), изложенный мною въ 1862 г. въ моемъ мемуарѣ о проэкціи головы (Bullet. de la Société d'Anthropologie 1862 г. стр. 534), съ перваго раза можетъ казаться заимствованнымъ у геометріи трехъ измѣреній, такъ какъ снабженная дѣленіями линейка (линейка направляющая, equerre directrice) и линейка изслѣдующая (equerre exploratrice) вмѣстѣ составляютъ три прямоугольныхъ координаты. Но линейка изслѣдующая не имѣетъ подраздѣленій и служитъ только для обозначенія уровня; поэтому въ сущности здѣсь мы имѣемъ дѣло только съ *двумя* координатами. Въ настоящее время имѣются у краніологіи многіе снаряды, состоящіе изъ трехъ прямыхъ стержней, могущихъ служить каждый координатою; такіе инструменты имѣютъ то удобство, что могутъ быть примѣнимы къ самымъ разнообразнымъ изслѣдованіямъ. Но даже въ тѣхъ случаяхъ, когда при измѣреніяхъ записываютъ три координаты изслѣдуемой точки, для опредѣленія ея обыкновенно употребляютъ одновременно только двѣ координаты.

Методъ координатъ двухъ измѣреній состоитъ въ опредѣленіи положенія точки на плоскости, относя ее съ помощію двухъ линій, называемыхъ координатами, къ двумъ опредѣленнымъ осямъ, пересѣкающимъ другъ друга подъ какимъ либо угломъ въ такъ называемой вершинѣ (origine). Если уголъ этихъ двухъ осей прямой, то координаты называются *прямоугольными*. Для нашихъ цѣлей употребляются только такія прямоугольныя координаты.



Фиг. 1.

Фиг. 2.

Одна изъ осей называется осью x, другая осью y. Положеніе точки A (фиг. 1) будетъ извѣстно, если, опуская изъ нея перпендикуляръ AP, мы знаемъ длину OP и величину AP, составляющихъ двѣ *координаты* точки A. Линія OP или x называется *абсциссою*, AP или y *ординатою*.

Смотря потому, лежитъ ли точка A справа или слѣва оси y, сверху или снизу оси x, обѣ координаты x и y обозначаются или знакомъ $+$, или знакомъ $-$. Впрочемъ намъ нѣтъ надобности останавливаться на этихъ послѣднихъ обозначеніяхъ, такъ какъ въ краніометріи мы всегда можемъ помѣстить точку пересѣченія осей или вершину такимъ образомъ, что всѣ изучаемыя точки лягутъ въ одномъ и томъ же прямомъ углѣ. Такъ какъ различіе положенія, обозначаемое указанными знаками, у насъ не встрѣтится, то намъ до нихъ нѣтъ никакой надобности.

Относительное положеніе двухъ точекъ A и B опредѣляется такимъ же образомъ (фиг. 2). Зная двѣ абсциссы OP и OQ и ихъ двѣ ординаты AP и BQ, мы получаемъ чрезъ простое вычисленіе величины BJ и AJ, опредѣляющія относительное положеніе двухъ точекъ, кои съ помощію прямоугольнаго трехугольника ABJ могутъ служить и для опредѣленія положенія линіи AB. Эти соотношенія остаются одними и тѣми же каково бы ни было положеніе той точки, къ которой мы отнесли бы мѣсто пресѣченія осей или вершину; но соотношенія эти совершенно измѣнятся, если обѣ оси, оставаясь прямоугольными, измѣнятъ свое направленіе. Поэтому первое условіе при изслѣдованіи состоитъ въ томъ, чтобы поставить черепъ въ такое положеніе, при коемъ направленіе оси x было бы одно и тоже для всей серіи череповъ при одномъ и томъ же рядѣ изслѣдованій. Это то и придаетъ такое важное значеніе вопросу *объ установкѣ или оріентировкѣ черепа.*

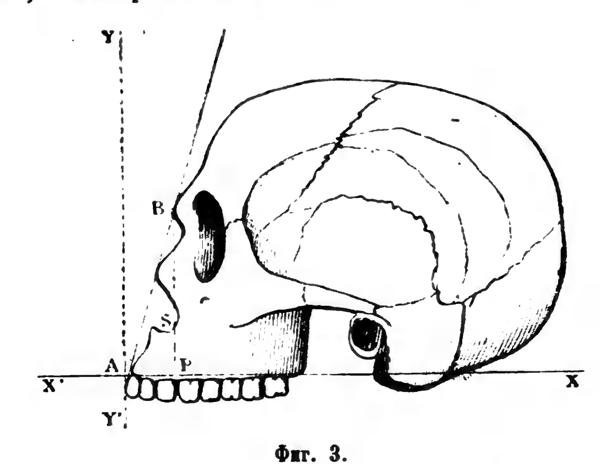
Наиболѣе обыкновеннымъ является приложеніе метода координатъ къ частямъ, лежащимъ по срединной плоскости черепа, почему мы и возьмемъ примѣръ изъ такого случая.

Черепъ ставится на столъ или на подставку (краніофоръ) въ такомъ положеніи, что его срединная плоскость имѣетъ вертикальное положеніе, а плоскость, на которую мы желаемъ проложить различныя опредѣляемыя точки, горизонтальна, т. е. параллельна верхней доскѣ стола. Линія пересѣченія этой горизонтальной плоскости съ срединною плоскостью черепа будетъ также линіею горизонтальною: это и есть передне-задняя линія, которую и берутъ за ось x.

Плоскость, наиболѣе удобная для принятія за горизонтальную, есть плоскость затылочно-челюстная (alveolo-condylien). Она и наиболѣе точна, и наиболѣе практична. Эта плоскость во Франціи принимается за горизонтальную всѣми, но конечно можно принять за таковую и всякую другую плоскость и приложеніе метода нисколько отъ того не измѣнится.

Избравши разъ ось x, можно исходную точку или вершину помѣстить на любомъ мѣстѣ этой оси, хотя всего удобнѣе на практикѣ принять за нее челюстную точку, такъ какъ у этой послѣдней кончается линія профиля лица. Если исходная точка будетъ въ A (фиг. 3), то прямоугольная линейка, приложенная къ этой точкѣ, даетъ ось y, обозначенную пунктированною линіею на фиг. 3.

Предположимъ, что намъ нужно опредѣлить положеніе точки B для выясненія степени наклоненія лицевой линіи Кампера AB и для измѣренія столь важнаго признака, какъ прогнатизмъ.



Фиг. 3.

На рисункѣ, или на срединномъ разрѣзѣ черепа, съ помощію линейки съ дѣленіями легко узнать высоту BP, составляющую *ординату* точки B; затѣмъ также

легко измѣряется абсцисса AP, лежащая между исходною точкою A и основаніемъ перпендикуляра.

На цѣльномъ черепѣ это невозможно, такъ какъ нельзя помѣстить линейку въ средней плоскости, но то же самое можно получить съ помощію двойной линейки. Для этого на плоскость, на которой лежитъ черепъ, (напримѣръ столъ) кладется линейка съ дѣленіями на миллиметры. Линейка, *направляющая*, тоже раздѣленная на миллиметры, прикладывается къ первой горизонтальной линейкѣ, снабженной, какъ мы сказали, дѣленіями. Черепъ ставится такимъ образомъ, что его срединная плоскость дѣлается параллельною направляющей линейкѣ, причемъ челюстная точка должна лежать противъ нуля дѣленій и соприкасаться съ линейкою. Держа тогда направляющую линейку правою рукою, берутъ лѣвою еще линейку, именно *опредѣляющую*, прикладываютъ ее къ вертикальной плоскости направляющей линейки и съ помощію обѣихъ рукъ доводятъ до точки B горизонтальную вѣтвь опредѣляющей линейки. Тогда число миллиметровъ, отмѣчаемое опредѣляющей линейкой на направляющей, даетъ высоту точки B надъ горизонтальной плоскостію, т. е. *ординату*, а число миллиметровъ на опредѣляющей линейкѣ до ея пересѣченія съ направляющей даетъ длину абсциссы AP, такъ какъ очевидно, что величина пересѣченія направляющей линіи x съ осью y будетъ равна AP, т. е. абсциссѣ.

Приложеніе метода двойной линейки къ изученію различныхъ элементовъ прогнатизма сдѣлано съ большимъ успѣхомъ г. Топинаромъ, изобрѣтшимъ для этого особый небольшой снарядъ, очень удобный и очень простой (см. Revue d'Anhtropologie 1872 и 1873 г.). Этотъ снарядъ, названный *краніофоромъ Топинара*, отличается отъ моего первоначальнаго метода, описаннаго въ моихъ *Инструкціяхъ для антропологическихъ наблюденій* (см. Memoires de la Société d'Anthropologie, 1 serie. т. II. стр. 106 и 149) только горизонтальнымъ положеніемъ линейки съ дѣленіями, но онъ болѣе удобенъ для изслѣдованій.

Опредѣляя положеніе точки B по отношенію къ точкѣ A, мы имѣемъ въ виду опредѣлить степень наклоненія лицевой линіи. Понятно, что абсцисса AP заключаетъ въ себѣ всѣ основанія перпендикуляровъ, кои только возможно провести отъ линіи AB къ оси x; поэтому AP есть *проэкція* линіи AB на горизонтальной плоскости. Эту линію можно также назвать выступомъ (la saillie) точки A отъ точки B, но терминъ «проэкція» предпочтительнѣе. Что касается до ординаты BP, то она составляетъ *высоту* надглазничной точки B.

Для того, чтобы при одной и той же высотѣ проэкція становилась болѣе длинною, линія AB очевидно должна дѣлаться болѣе наклоненною; если, наоборотъ, проэкція остается одинаковою, а высота увеличивается, то это указываетъ на меньшее наклоненіе линіи AB. Поэтому длина каждой изъ этихъ координатъ сама по себѣ не имѣетъ особаго значенія и только ихъ взаимное соотношеніе даетъ возможность узнать степень прогнатизма. Это соотношеніе получается раздѣленіемъ величины болѣе короткой линіи на величину болѣе длинной, принимаемой въ такомъ случаѣ равной 100, и называется *показателемъ прогнатизма*.

Такимъ образомъ познается въ своей совокупности признакъ прогнатизма, т. е. степень выступа лицевой части относительно черепной. Но линія AB, составляющая лицевую линію Кампера, выражаетъ только *общій прогнатизмъ* лица. Такъ какъ, переходя отъ точки A къ точкѣ B, линія профиля сначала углубляется, чтобы дойти до основанія носа N, а затѣмъ, прежде дохожденія до челюстной или альвеолярной точки A, она проходитъ чрезъ spina nasalis S, и такъ какъ относительное направленіе двухъ частей профиля, лежащихъ сверху и снизу точки S, очень измѣнчиво и вслѣдствіе того представляетъ очень важныя этническія различія, то является полезнымъ различать *прогнатизмъ носовой или челюстной*, характеризующійся наклоненіемъ линіи NS, отъ прогнатизма *зубнаго* или *альвеолярнаго*, характеризующагося наклоненіемъ линіи SA. Для этого является необходимымъ опредѣлить положеніе двухъ точекъ N и S по отношенію къ одинаковой для нихъ исходной точки A. Вслѣдствіе этого измѣряя координаты точки B, измѣряютъ также и координаты точекъ A и S и затѣмъ получаютъ чрезъ разность ординатъ высоту N надъ S, а чрезъ разность абсциссъ выступъ S относительно N. Эти измѣренія даютъ возможность установить указатель прогнатизма челюстей и указатель зубной или альвеолярный. Можно также, тѣмъ же способомъ, опредѣлить наклоненіе всякой линіи, соединяющей какія либо двѣ точки срединной плоскости черепа.

Но не однѣ только части, лежащія въ срединной плоскости черепа, доступны методу координатъ. Онъ приложимъ съ такимъ же удобствомъ и къ каждой точкѣ поверхности черела. Въ настоящее время устроено значительное число инструментовъ, въ которыхъ линейки замѣнены вертикальными пластинками, могущими двигаться въ ложбинкахъ, снабженныхъ измѣреніями, и горизонтальными, двигающимися по первымъ. Хотя я самъ изобрѣлъ одинъ изъ подобныхъ инструментовъ, но отдаю однакоже преимущество снаряду Топинара, отличающемуся и гораздо большею простотою и меньшею цѣнностію, тѣмъ болѣе что его каждый можетъ приготовить самъ для себя; снарядъ Топинара болѣе подрученъ, болѣе простъ и весьма удобенъ на практикѣ.

На живыхъ, т. е. при *кефалометрическихъ* изслѣдованіяхъ, приложеніе метода координатъ производится съ помощію первоначальнаго метода двойной линейки (double equerre), указаннаго выше. Абсцисса измѣряется по дѣленіямъ направляющей линейки, всегда при этомъ горизонтальной, а ордината отсчитывается по вертикальной пластинкѣ, снабженной также дѣленіями. Хотя никто не сомнѣвался въ удовлетворительности метода координатъ, но всетаки онъ мало распространенъ въ краніометріи по причинѣ того, что данныя, добываемыя съ помощію его, получаютъ полное значеніе только при приведеніи ихъ съ помощію вычисленія къ сотымъ. Въ самомъ дѣлѣ, мы уже видѣли, что наиболѣе полезною для изслѣдованій является не абсолютная величина двухъ координатъ какой либо точки, а ихъ относительная длина, т. е. ихъ соотношеніе.

Таблица координатъ, носящая также названіе *указателей координатъ*, дѣлаетъ излишними тѣ ариеметическія вычисленія, которыя такъ пугали наблюдателей и такъ мѣшали общему принятію и усвоенію этого полезнаго метода. За числителей мы взяли въ нашихъ таблицахъ горизонтальныя линіи или абсциссы, и притомъ не брали ихъ свыше 36 миллиметровъ, такъ какъ проэкціи лицевыхъ линій не превосходятъ этого предѣла, но приложеніе этого метода къ другимъ отдѣламъ черепа можетъ потребовать современемъ болѣе обширныхъ таблицъ, которыя каждый наблюдатель можетъ вычислить самъ.

Таблица координатъ служитъ также, какъ это увидимъ далѣе, для нѣкоторыхъ приложеній тригонометрическаго метода. Вотъ почему мы и помѣстили эту таблицу тотчасъ передъ тригонометрическими таблицами.

§ 4. Таблицы тригонометрическія. Употребленіе ихъ.

Тригонометрическій методъ состоитъ въ опредѣленіи величины извѣстныхъ черепныхъ угловъ съ помощію ихъ тригонометрическихъ линій, т. е. синусовъ, косинусовъ, тангенсовъ и котангенсовъ.

Измѣреніе черепныхъ угловъ можетъ быть произведено тремя различными способами, кои по порядку старшинства появленія могутъ быть названы: методомъ *графическимъ*, методомъ *гоніометрическимъ* и методомъ *тригонометрическимъ*.

Методъ графическій состоитъ въ томъ, что рисуютъ на бумагѣ фигуру, на которой съ помощію линейки обозначаютъ обѣ линіи, ограничивающія уголъ, и затѣмъ измѣряютъ послѣдній съ помощію обыкновеннаго раппортёра. Если вершина угла лежитъ на самомъ рисункѣ, или если продолженныя стороны его пересѣкаются на пространствѣ взятой бумаги, то раппортёръ прикладываютъ къ точкѣ пересеченія линій, составляющихъ стороны угла. Если же обѣ линіи отстоятъ на значительное разстояніе другъ отъ друга или столь мало наклонены другъ къ другу, что точка пересѣченія ихъ не можетъ помѣститься на бумагѣ рисунка, то раппортёръ прикладывается къ произвольной вершинѣ угла, полученной съ помощію вспомогательной параллельной линіи. Таковъ обыкновенный графическій способъ, изобрѣтенный Добантономъ (употреблявшимъ перспективные рисунки, сдѣланные отъ руки) и улучшенный Камперомъ, старавшимся исправить хотя часть ошибокъ перспективы съ помощію проэкціоннаго аппарата, еще очень не совершеннаго. Этотъ методъ достигъ абсолютной точности съ тѣхъ поръ, какъ приложеніе діаграфа, діоптра, краніографа, стереографа и другихъ механическихъ пріемовъ рисованія, дозволило получать геометрическіе рисунки или прямыя проэкціи. Рисуя съ помощію этихъ точныхъ пріемовъ различныя нормы черепа и различные разрѣзы его, можно съ точностію опредѣлить относительное положеніе различныхъ исходныхъ точекъ (points de repère) и относительное направленіе черепныхъ линій и плоскостей. Можно такъ же отнести сюда и методъ Кювье и Сентъ-Илера, кои безъ помощи рисунка строили лицевой трехугольникъ способами чисто геометрическими. Методъ этотъ затѣмъ былъ прилагаемъ къ построенію сфеноидальнаго трехугольника, внѣ черепной (extra-cranien) трапеціи, внутренне-черепной (intra-cranien) трапеціи и т. д. Графическій методъ при удачномъ приложеніи даетъ точные результаты, могущіе обнять собою большинство черепныхъ угловъ; но онъ очень медленъ на практикѣ, требуетъ предосторожностей, часто затруднителенъ и не соотвѣтствуетъ потребностямъ современной краніологіи, имѣющей дѣло всегда съ очень значительнымъ числомъ наблюденій, требующихъ возможной скорости ихъ производства. Поэтому теперь прибѣгаютъ къ графическому методу только въ тѣхъ случаяхъ, въ которыхъ другіе болѣе удобные и болѣе практическіе способы не приложимы.

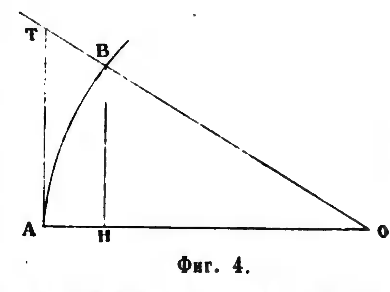
Методъ гоніометрическій состоитъ въ употребленіи особаго инструмента, называемаго *гоніометромъ*. Первый гоніометръ (Лиха 1817 г.) служилъ для измѣренія угла основно-лицеваго (basi-facial) Бартлея. Мортонъ въ 1837 году устроилъ гоніометръ для лицеваго угла Кампера. Въ настоящее время существуетъ большое число гоніометровъ очень различнаго устройства для измѣренія угловъ—лицевыхъ, ушныхъ, височныхъ, затылочныхъ, основныхъ и т. д. Устройство этихъ различныхъ инструментовъ видоизмѣняется смотря по свойству линій или плоскостей, у коихъ требуется измѣрить ихъ относительное наклоненіе. Всѣ гоніометры состоятъ изъ основнаго четырехугольника, на коемъ пластинка отмѣчаетъ въ градусахъ величину измѣряемаго угла. Гоніометрическій способъ имѣетъ преимущество въ тѣхъ случаяхъ, въ коихъ онъ приложимъ, но къ сожалѣнію возможность его приложенія весьма ограниченна. Существуютъ линіи и плоскости, кои не могутъ быть измѣрены съ помощію гоніометра; существуетъ много исходныхъ точекъ, кои, хотя и лежатъ на черепѣ, но коихъ точки пересѣченія для образованія угла воображаемыя или отвлеченныя. Существуютъ и такія вершины угловъ и стороны ихъ, кои хотя и лежатъ на черепѣ, но не могутъ быть легко доступны гоніометру, и измѣренія коихъ потребовало бы чрезвычайно сложныхъ снарядовъ. Наконецъ мы увидимъ тотчасъ же, что многія линіи, имѣющія существенную важность, не могутъ дать гоніометру достаточно прочной опоры. Отсюда вытекаетъ то, что приложеніе гоніометрическаго метода часто очень затруднительно, а иногда и совсѣмъ невозможно.

Чтобы побѣдить такіе случаи, въ коихъ методъ гоніометрическій неприложимъ, и служитъ *методъ тригонометрическій*. Онъ состоитъ въ измѣреніи вмѣсто самаго угла одной изъ его тригонометрическихъ линій. Уголъ конечно, можетъ быть измѣренъ только по дугѣ съ помощію круга съ дѣленіями, но опредѣлить величину угла можно и съ помощію его тригонометрическихъ линій.

Методъ этотъ не требуетъ полнаго и всесторонняго знанія тригонометріи. Для пониманія его и приложенія достаточно очень небольшаго числа самыхъ элементарныхъ знаній, кои мы и напомнимъ здѣсь тѣмъ изъ нашихъ читателей, кои позабыли можетъ быть эту сторону своего классическаго образованія; знакомыхъ хорошо съ математикою мы просимъ прямо перейти къ рубрикѣ спеціальнаго приложенія тригонометрическаго метода, пропустивъ нижеслѣдующія замѣчанія.

Элементарныя свѣдѣнія о тригонометрическихъ линіяхъ.

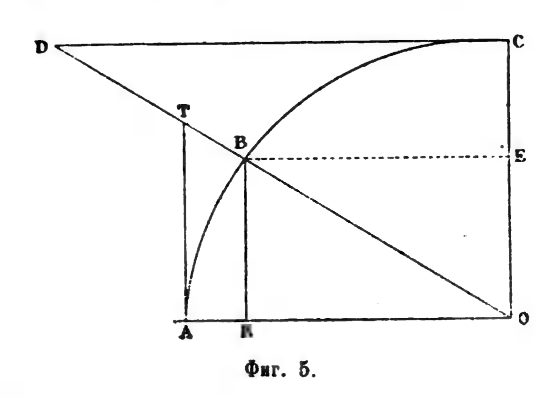
1. Оставивъ въ сторонѣ частный случай прямаго угла, мы можемъ принять, что опредѣленіе величины всякого другаго угла сводится къ *острому* углу, такъ какъ если уголъ тупой, то его можно опредѣлить, узнавши его *дополнительный* уголъ, а этотъ дополнительный всегда будетъ острый. Для этого стоитъ только изъ 180° вычесть дополнительный уголъ и мы получимъ величину тупаго. Поэтому все нижеслѣдующее будетъ касаться только острыхъ угловъ.



Фиг. 4.

2. Можно узнать величину остраго угла или прямымъ измѣреніемъ его, или же опредѣляя его дополнительный до прямаго, который будетъ также острый, такъ какъ сумма этихъ двухъ угловъ равняется 90°. Поэтому каждый уголъ такъ же хорошо характеризуется тригоно-

метрическими линіями своего дополнительнаго угла, какъ и своими собственными.



Фиг. 5.

3. Если вершина угла AOB (фиг. 4), лежитъ въ центрѣ круга произвольнаго радіуса, пересѣкающаго стороны угла въ точкахъ A и B, то опустимъ изъ точки B на AO перепендикуляръ BH и возстановимъ другой перпендикуляръ AT, составляющій касательную круга. Эти двѣ линіи образуютъ съ двумя сторонами угла два прямоугольныхъ и подобныхъ трехугольника. Стороны каждаго трехугольника имѣютъ опредѣленныя и характеристическія соотношенія для каждаго угла. Абсолютная длина каждой изъ сторонъ измѣняется, смотря по длинѣ дуги AB, и потому не представляетъ ничего характеристическаго; но если мы условимся отнести всѣ углы къ одному *постоянному* радіусу и притомъ такъ, чтобы гипотенуза маленькаго трехугольника и основаніе большаго были неизмѣнны, то другія стороны при нашемъ условіи станутъ характеристичными и получатъ названіе *тригонометрическихъ линій*. Каждая изъ нихъ будетъ имѣть неизмѣнную величину для одного и того же угла и измѣняться смотря по величинѣ угловъ

Въ такомъ случаѣ достаточно будетъ одной такой линіи, чтобы опредѣлить величину угла. Очевидно въ самомъ дѣлѣ, что изъ всѣхъ острыхъ угловъ, относящихся къ дугѣ радіуса AO, уголъ AOB будетъ единственный, укоего высота меньшаго треугольника будетъ равна BH, а у большаго линіи AT.

4. Дополнимъ предъидущую форму тѣмъ, что проведемъ изъ центра радіусъ CO, перпендикулярный къ AO, и продолжимъ дугу AB до C; затѣмъ проведемъ линію CD перпендикулярно къ CO и параллельно къ AO и продолжимъ наконецъ радіусъ OB до пересѣченія его съ CD. Мы получимъ такимъ образомъ чертежъ, на которомъ нанесены всѣ тригонометрическія линіи угла AOB (фиг. 5).

AO есть *радіусъ* (R.).
BH есть *синусъ* (sin.).
OH есть *косинусъ* (cos.).
AT есть *тангенсъ* (tang.).
CD есть *котангенсъ* (cotg.).

Для нашей цѣли нѣтъ надобности обращать вниманіе ни на *секансъ* OT, ни на *косекансъ* OD, такъ какъ они до сихъ поръ еще не получили никакого приложенія въ краніологіи.

5. Легко усмотрѣть, что уголъ BOC есть дополнительный къ данному углу AOB. Если мы проведемъ чрезъ точку B линію BC, перпендикулярную къ CO, то эта линія будетъ для угла BOC то же, что линія BH для угла AOB, т. е. она будетъ синусъ дополнительнаго угла BOC; но BE равна OH, составляющей косинусъ угла AOB; слѣдовательно, *косинусъ угла равенъ синусу дополнительнаго къ нему*.

Кромѣ того линія EO, составляющая косинусъ BOC, равна BH. или синусу угла AOB; отсюда слѣдуетъ, что *синусъ угла равенъ косинусу дополнительнаго*.

Наконецъ линія CD есть тангенсъ угла дополнительнаго BOC; отсюда и произошло названіе этой линіи *котангенсъ*.

6. Изъ двухъ подобныхъ трехугольниковъ BHO и TAO мы получаемъ слѣдующее соотношеніе TA: AO:: BH: HO, или tang: R:: sin: cos. Отсюда получается слѣдующая формула: $\text{tang} = R \times \frac{\text{sin.}}{\text{cos.}}$

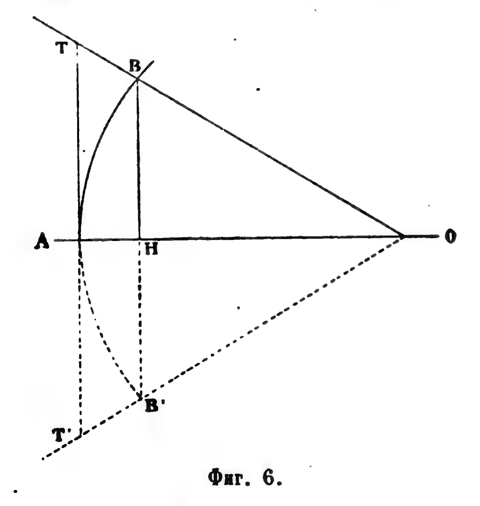
Поэтому, принявши радіусъ равнымъ единицѣ, мы получаемъ, что *тангенсъ есть отношеніе синуса къ косинусу*.

7. Точно также два подобныхъ трехугольника BHO и OCD даютъ пропорцію BH: HO:: CO: CD или sin: cos:: R: cotg:. отсюда $\text{cotg} = R \times \frac{\cos}{\sin}$

т. е., если радіусъ равенъ единицѣ, то *котангенсъ есть отношеніе косинусо съ синусу*.

8. *Возрастаніе и уменьшеніе тригонометрическихъ линій*. На нашемъ чертежѣ мы видимъ двѣ вертикальныя линіи, синусъ и тангенсъ, и двѣ горизонтальныя — косинусъ и котангенсъ. Если уголъ увеличивается отъ 0 до 90°, то двѣ первыя линіи возрастаютъ въ величинѣ, а двѣ послѣднія уменьшаются. Для угла въ 0° синусъ и тангенсъ также равны 0, косинусъ равенъ радіусу, а котангенсъ безконечная величина. При углѣ въ 90°, наоборотъ, косинусъ и котангенсъ равны нулю, синусъ равняется радіусу, составляющему для него *maximum* величины, а тангенсъ безконечная величина. При 45° синусъ равенъ косинусу, тангенсъ котангенсу и обѣ послѣднія линіи равны радіусу; у угла ниже 45° синусъ меньше косинуса, а тангенсъ менѣе котангенса; у угла выше 45° отношенія обратныя.

9. *Отрицательныя дуги и отрицательныя линіи*. Тригонометрическія линіи, давая намъ возможность опредѣлить величину угла AOB, тѣмъ самымъ указываютъ намъ на степень наклоненія линія OB надъ линіею AO; но онѣ не опредѣляютъ намъ относительное положеніе этихъ двухъ линій, такъ какъ можно провести подъ AO (фиг. 6) линію OB′, образующую уголъ AOB′, равный первому и имѣющій всѣ тригонометрическія линіи равныя по длинѣ съ его тригонометрическими линіями. Поэтому необходимо отличать эти углы другъ отъ друга особыми знаками, указывающими ихъ относительное положеніе; для этого употребляются знаки + и —.



Фиг. 6.

Такъ какъ точка A принимается за исходную точку въ коей обѣ стороны угловъ сливаются и дуга имѣ-

етъ нуль градусовъ, то обозначають знакомъ + углы, отчитываемые отъ этой точки кверху, а знакомъ — углы отчитываемые книзу. Такъ какъ для насъ имѣютъ интересъ только острые углы, то мы можемъ замѣтить, что при отрицательномъ углѣ, направленіе двухъ вертикальныхъ линій его, синуса и тангенса, имѣетъ обратное направленіе сравнительно съ угломъ положительнымъ: вмѣсто того, чтобы направляться вверхъ, обѣ эти линіи идутъ къ низу и становятся такимъ образомъ отрицательными, обозначаемыми знакомъ—. Напротивъ того обѣ горизонтальныя линіи, косинусъ и котангенсъ, всегда сохраняютъ тоже направленіе, справа влѣву, при острыхъ углахъ и потому всегда положительныя.

Существуютъ краніометрическіе углы, каковъ напримѣръ лицевой, кои никогда не измѣняютъ своего направленія и потому относительно ихъ нѣтъ надобности заботиться обозначать знаками направленіе ихъ тригонометрическихъ линій. Но другіе углы, какъ напримѣръ уголъ Добантона, могутъ быть то положительными, то отрицательными, т. е. у нихъ измѣняющаяся въ своемъ направленіи линія *BO* можетъ идти то сверху, то снизу неподвижной линіи *AO*. Поэтому у такихъ угловъ необходимо всегда обозначать дугу, синусъ и тангенсъ знакомъ + или—. Что касается до косинуса и котангенса, то такъ какъ ихъ направленіе не измѣняется, то они и не нуждаются въ подобномъ обозначеніи.

10. *Радіусъ*. Радіусъ *AO* или *R* есть величина постоянная для всѣхъ угловъ и она служитъ мѣриломъ всѣхъ другихъ тригонометрическихъ линій, такъ какъ ихъ соотношенія съ радіусомъ служатъ основою для выводовъ. Эти соотношенія, вычисленныя для всей серіи угловъ, даютъ подробныя тригонометрическія таблицы, съ помощію коихъ мы и составили наши сокращенныя таблицы. Если извѣстна какая либо тригонометрическая линія, то по подробнымъ таблицамъ мы можемъ получить, непосредственно или же съ помощію логариѳмовъ, величину соотвѣтствующей дуги въ градусахъ, минутахъ, секундахъ и доляхъ секундъ. Извѣстно, что такія таблицы составляютъ большой томъ, и употребленіе ихъ требуетъ особаго спеціальнаго навыка. Такъ какъ при нашихъ краніометрическихъ изслѣдованіяхъ мы не имѣемъ надобности въ столь большой точности ни для линій, ни для дугъ, то мы можемъ съ одной стороны избѣжать употребленія логариѳмовъ, а съ другой достигнуть того, что всѣ необходимые для нашей цѣли результаты вмѣстятся на двухъ страницахъ таблицъ. Въ обыкновенныхъ таблицахъ радіусъ принимается равнымъ единицѣ, что значительно упрощаетъ вычисленіе при употребленіи формулъ, въ коихъ всегда радіусъ является однимъ изъ факторовъ, или въ видѣ дѣлителя, или множителя, такъ какъ это даетъ возможность не осложнять вычисленій величиною радіуса. Но при приложеніяхъ тригонометріи къ краніологіи намъ казалось болѣе удобнымъ принять за радіусъ длину въ 100 миллиметровъ. Въ краніологіи употребляются только очень простыя формулы, въ коихъ радіусъ никогда не входитъ множителемъ, а если онъ является числителемъ или знаменателемъ, то достаточно бываетъ при такомъ условіи перенести на два члена запятую, чтобы получить извѣстный результатъ; подобная операція перенесенія запятой очевидно крайне легка и не требуетъ особаго напряженія.

Употребленіе таблицъ. Имѣя дѣло въ краніологіи съ величинами, измѣренными только съ вѣрностію до одного миллиметра, и считая приближеніе въ одинъ градусъ достаточнымъ для угловъ, мы поставили въ нашихъ таблицахъ только величины, соотвѣтствующія цѣлымъ миллиметрамъ для линій и цѣлымъ градусамъ для дугъ. Употребленіе таблицъ вслѣдствіе этого сдѣлалось очень легкимъ и нахожденіе величинъ по нимъ скорымъ, такъ какъ каждая таблица стала отъ того очень коротенькою.

Таблица синусовъ служитъ всего чаще на практикѣ; она относится также и къ косинусамъ. Эта таблица приложима во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда употребленные пріемы позволяютъ привести непосредственно уголъ къ постоянному радіусу въ 100 миллиметровъ. Если выборъ возможенъ, то есть основаніе предпочитать синусъ для угловъ ниже 45° и косинусъ для угловъ большихъ 45°. Свыше 60° почти необходимо прибѣгать къ косинусамъ. Косинусы помѣщены также въ *формулѣ коррекціи*, о которой мы скажемъ ниже.

Если нельзя непосредственно привести ни ту, ни другую линію къ радіусу въ 100 миллиметровъ, то измѣреніе одной изъ этихъ линій становится уже недостаточнымъ. Во многихъ случаяхъ, впрочемъ, является возможность измѣрить обѣ эти линіи. Ихъ соотношеніе, помноженное па 100, даетъ тогда тангенсъ или котангенсъ угла. Поэтому въ нашихъ таблицахъ помѣщена и *таблица тангенсовъ*.

Наконецъ встрѣчаются случаи, въ коихъ, при вычисленіи рядовъ по опредѣленіи угловъ съ помощію ихъ тригонометрическихъ линій, необходимо бываетъ опять вернуться къ послѣднимъ и опредѣлить ихъ съ помощію угловъ. Поэтому составлена *таблица дугъ*, дающая для каждаго градуса дуги величину тригонометрическихъ линій.

Эти различныя таблицы тотчасъ становятся понятными для тѣхъ, кои знакомы съ употребленіемъ полныхъ тригонометрическихъ таблицъ. Но мы всетаки считаемъ необходимымъ дать нѣкоторыя объясненія относительно нашихъ таблицъ для тѣхъ, кои не имѣютъ навыка прибѣгать къ подобному роду изслѣдованія.

Первая таблица. Дуги по градусамъ. Зная дугу, найдти ея тригонометрическія линіи.

На этой первой таблицѣ можно найдти въ миллиметрахъ величину четырехъ тригонометрическихъ линій для дугъ, возрастающихъ на 1 градусъ и съ 1° до 90° и соотвѣтствующихъ кругу съ радіусомъ въ 100 миллиметровъ.

Возьмемъ, напримѣръ, на 15 строкѣ дугу въ 15°, записанную въ первомъ столбцѣ. На этой же строкѣ во второмъ столбцѣ мы найдемъ величину синуса 25,88 мм., въ четвертомъ столбцѣ величину косинуса 96,59 мм. и наконецъ въ 6 и 8 столбцахъ величины тангенса и котангенса. Это для градусовъ, выраженныхъ въ цѣлыхъ числахъ; но величины дугъ часто бываютъ дробныя; въ такомъ случаѣ прибѣгаютъ къ промежуточнымъ столбцамъ 3, 5, 7 и 9, названнымъ *разности* (differences).

Разность указываетъ въ миллиметрахъ измѣненіе, происходящее въ тригонометрической линіи, если уголъ измѣняется на 1 градусъ. Эта разность иногда бываетъ одинаковою для нѣсколькихъ послѣдовательныхъ градусовъ и въ такихъ случаяхъ она обозначена на таблицахъ только разъ; тамъ гдѣ оставлено пустое мѣсто слѣдуетъ брать предшествующую величину въ столбцѣ.

Предположимъ себѣ, что намъ нужно опредѣлить синусъ дуги 15°,26. Мы отыскиваемъ сначала синусъ 15° и получаемъ 25,88 мм. Затѣмъ мы беремъ въ 3-мъ столбцѣ разность для одного градуса, которая будетъ 1,68 мм. Тогда мы заключаемъ такъ: для 1 градуса увеличеніе будетъ на 1,68 мм., а слѣдовательно для 0°,26 оно будетъ 0,26×1,68 мм. = 0,44. При-

бавляя затѣмъ 0,44 къ 25,88, мы получаемъ 26,32 мм., величину синуса дуги 15°,26. *Увеличеніе для части градуса будетъ поэтому равняться разности, помноженной на дробь дуги.*

Разность прибавляется, если дѣло идетъ о синусѣ или тангенсѣ, такъ какъ эти линіи увеличиваются по мѣрѣ возрастанія дуги; она вычитается, наоборотъ, у косинусовъ и котангенсовъ, уменьшающихся при увеличеніи дуги.

Такъ какъ котангенсы дугъ меньшихъ 45° почти не имѣютъ приложенія къ краніологіи, то мы и не вписали ихъ разностей въ нашу таблицу.

Вторая таблица. Сравненіе синусовъ и косинусовъ. Зная синусъ, найдти его косинусъ.

Вторая таблица даетъ при радіусѣ въ 100 миллиметровъ величину косинуса, соотвѣтствующую каждому увеличенію на миллиметръ синуса. Эта таблица не требуетъ объясненій; она служитъ для приложенія формулы коррекціи, объясняемой ниже.

Третья таблица. Синусы въ миллиметрахъ. Зная синусъ или косинусъ, опредѣлить дугу.

Третья таблица имѣетъ всего болѣе приложенія. Она показываетъ (2-й столбецъ) величину дуги, соотвѣтствующей каждому миллиметру синуса, начиная съ синуса въ 1 мм., коего дуга 0°,57, и до синуса въ 100 мм., коего дуга 90°.

Та же таблица даетъ (3-й столбецъ) величину дуги для каждаго миллиметра косинуса. Мы видѣли выше, что синусъ угла есть косинусъ его дополнительнаго. Третій столбецъ поэтому обозначенъ: *дополнительный уголъ для косинуса.*

Такъ на строкѣ 5-й этой таблицы мы видимъ, что длина въ 5 миллиметровъ есть синусъ дуги 2°,87 и косинусъ угла 87°,13; дѣйствительно 2°,87+87°,13=90°. Поэтому, если измѣренная линія есть синусъ, то отыскиваютъ величину дуги во второмъ столбцѣ, а если косинусъ, то въ третьемъ.

На этой же таблицѣ имѣется для линій, выраженныхъ въ дробныхъ числахъ, столбецъ разностей, указывающихъ измѣненіе дуги при измѣненіи линіи, синуса или косинуса, на 1 мм. Этотъ столбецъ разностей служитъ для той же цѣли, какъ и таковой же первой таблицы; онъ показываетъ какую величину нужно прибавить къ дугѣ для десятичныхъ долей синуса, или вычесть для такихъ же долей косинуса. Разность получается чрезъ помноженіе долей *миллиметра на число, указанное въ соотвѣтствующемъ мѣстѣ столбца разностей.*

Четвертая таблица. Тангенсы въ миллиметрахъ. Зная тангенсъ или котангенсъ, опредѣлить дугу.

Предъидущія объясненія приложимы въ равной степени и къ этой таблицѣ, соотвѣтствующей одновременно тангенсамъ и котангенсамъ, ибо котангенсъ есть тангенсъ дополнительнаго угла, а косинусъ есть синусъ послѣдняго. Для примѣра возьмемъ величину измѣренной нами линіи въ 21 миллиметръ; если это тангенсъ, то уголъ будетъ 11°,85, а если это котангенсъ, то уголъ будетъ равняться 78°,15, такъ какъ 11°,85+78°,15=90°. Для дробныхъ чиселъ разность прибавляется къ дугѣ, если дѣло идетъ о тангенсѣ, и вычитается, если мы имѣемъ котангенсъ. Опредѣляется разность, какъ и въ предъидущихъ случаяхъ.

Эта послѣдняя таблица гораздо обширнѣе другихъ потому, что обѣ линіи, коихъ она касается, измѣняются отъ нуля до безконечности. Она даетъ числа по миллиметрамъ до 120, а затѣмъ величину чрезъ каждые 5 миллиметровъ между 120 и 200. Съ этого числа и до конца предѣлы послѣдовательно выражаются чрезъ 10, 20, 50, 100, 200 и 500 миллиметровъ. Такъ какъ длина линій безпредѣльна, то очевидно невозможно выписать всѣ величины, соотвѣтствующія увеличенію на каждый миллиметръ до безконечности. Но это и не нужно. Въ самомъ дѣлѣ, по мѣрѣ того, какъ эти линіи становятся болѣе длинными, ихъ миллиметрическое возростаніе оказываетъ все болѣе и болѣе слабое вліяніе на величину дуги, такъ что въ концѣ таблицы измѣненіе въ 100 и 200 миллиметровъ въ линіяхъ менѣе замѣтно по отношенію дуги, чѣмъ при началѣ таблицы измѣненіе на одинъ миллиметръ. Кромѣ того, какъ увидимъ въ послѣдствіи, мы рѣдко прибѣгаемъ въ краніологіи къ приложенію тангенсовъ и котангенсовъ, имѣющихъ болѣе 120 миллиметровъ. Въ сущности наша таблица и могла бы остановиться на этомъ числѣ: если мы ее продолжали далѣе, то только въ виду особыхъ случаевъ, на столько спеціальныхъ, что мы считаемъ лишнимъ излагать ихъ здѣсь.

Можно себя спросить: какую пользу могутъ представить на нашихъ двухъ послѣднихъ таблицахъ столбцы разностей, если мы измѣряемъ тригонометрическія линіи съ ошибкою до 1 миллиметра? Но эти линіи не всегда получаются только чрезъ непосредственное измѣреніе. Тангенсы и котангенсы обыкновенно получаются изъ соотношеній, кои почти всегда дробныя. Что касается до синусовъ и косинусовъ, то они часто являются въ видѣ цѣлыхъ чиселъ въ индивидуальныхъ случаяхъ, но всегда дробные въ среднихъ. Наконецъ въ нѣкоторыхъ частныхъ случаяхъ измѣренные синусъ и косинусъ относятся не къ постоянному радіусу въ 100 миллиметровъ, но къ радіусу большему или меньшему. Въ такихъ случаяхъ необходимо ихъ привести къ радіусу въ 100 мм. и выразить въ десятичныхъ доляхъ, т. е. въ дробныхъ числахъ. Поэтому столбецъ разностей и необходимъ.

Данныя нами объясненія касаются только употребленія тригонометрическихъ таблицъ, но они не говорятъ ничего о самомъ методѣ, на изложеніи коего мы и должны теперь остановиться. Мы разсмотримъ сначала тригонометрическій методъ съ точки зрѣнія опредѣленія краніометрическихъ данныхъ; затѣмъ мы изучимъ условія, дѣлающія возможнымъ приложеніе этого метода къ краніометріи, и, наконецъ, остановимся на нѣкоторыхъ частныхъ случаяхъ, въ коихъ этотъ методъ приложимъ съ особеннымъ успѣхомъ.

§ 5. *О тригонометрическомъ методѣ.*

Я уже указалъ главнѣйшія приложенія этого метода еще въ 1873 г. въ Bulletins de la Société d'Anthropologie (стр. 76—92 и стр. 154—178) и въ 1877 г. въ Revue d'Anthropologie (стр. 385—410), но несмотря на то онъ еще очень мало извѣстенъ. Поэтому не безполезно изложить его здѣсь во всей совокупности и показать, что это одинъ изъ наиболѣе общихъ краніометрическихъ методовъ. Для установленія основъ этого метода мнѣ было необходимо прибѣгнуть къ тригонометріи, но при существованіи разъ выработанныхъ положеній каждый, даже малознакомый съ геометріею, можетъ съ удобствомъ прибѣгать къ этому методу и пользоваться имъ.

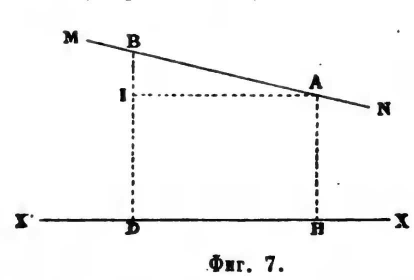
Цѣль тригонометріи есть рѣшеніе *трехугольниковъ* посредствомъ вычисленій, или другими словами опредѣленіе неизвѣстныхъ еще элементовъ ихъ съ помощію тѣхъ, кои уже извѣстны. Элементы, позволяющіе опредѣлить трехугольникъ, даютъ также возможность построить его на бумагѣ и получить фигуру, на которой можно удобно измѣрить съ помощію циркуля и транспортира искомые углы и стороны. Этотъ графическій способъ гораздо проще, чѣмъ методъ тригонометрическихъ вычисленій, но даваемые имъ результаты только приблизительны, а потому если необходимо имѣть болѣе точныя данныя, то необходимо прибѣгнуть къ труду гораздо болѣе продолжительному и обременительному, т. е. къ вычисленію элементовъ трехугольниковъ.

Существуютъ совершенно особыя цѣли по отношенію приложенія къ краніометріи нѣкоторыхъ методовъ, основанныхъ на тригонометріи. Углы, кои желательно измѣрить, могутъ быть получены съ помощію графической тріангуляціи. Все можетъ быть безъ особыхъ серьозныхъ затрудненій построено и измѣрено на бумагѣ и притомъ съ совершенно достаточнымъ приближеніемъ къ точности, но при всемъ этомъ нужно потратить много времени. Вотъ для избѣжанія *такой потери времени* и для упрощенія труда и позаимствовали у тригонометріи нѣкоторыя изъ ея основныхъ положеній и, притомъ, позаимствовали не для *вычисленія трехугольниковъ*, а для *опредѣленія угловъ* методами настолько же точными, какъ и графическіе, но гораздо болѣе удобными и быстрыми при практическомъ ихъ приложеніи.

Намъ могутъ представиться случаи необходимости опредѣленія градусовъ наклоненія линіи къ линіи, линіи къ плоскости или же одной плоскости по отношенію другой. Но всѣ эти три случая, какъ увидимъ далѣе, могутъ быть въ концѣ концовъ приведены къ одному: къ опредѣленію наклоненія линіи, лежащей въ той же плоскости.

Этого можно достигнуть нѣсколькими пріемами.

Первый способъ. Синусъ, приведенный къ радіусу въ 100 миллиметровъ. Намъ нужно измѣрить наклоненіе линіи MN къ линіи xx', т. е. уголъ O, который они ограничатъ, если ихъ продолжить до точки пересѣченія (фиг. 7). Для этого я обозначаю на линіи MN двѣ точки A и B, отстоящія на 10 центиметровъ или 100 миллиметровъ другъ отъ друга. Съ помощію линейки съ масштабомъ, приложенной къ линіи xx_1, я измѣряю высоту точекъ B и A надъ xx_1 и получаю въ миллиметрахъ длину двухъ перпендикуляровъ BD и AH. Взявъ разность $BD—AH$, я, положимъ, нахожу ее равною 17 миллиметрамъ. Эта *разность и есть синусъ искомаго угла* при радіусѣ въ 100 миллиметровъ.



Фиг. 7.

Въ самомъ дѣлѣ, если я проведу чрезъ точку A линію AJ параллельную xx', то уголъ BAJ будетъ равенъ искомому углу. Въ прямоугольномъ трехугольникѣ BJA, коего гипотенуза равна 100 миллиметрамъ, т. е. величинѣ радіуса нашихъ таблицъ, высота BJ есть синусъ угла BAJ. Такъ какъ $BJ{=}BD-AH$, то разность двухъ высотъ BD и AH есть синусъ искомаго угла. Зная, что этотъ синусъ имѣетъ 17 миллиметровъ, я непосредственно нахожу на таблицѣ синусовъ, что величина угла 9°,76.

Принимая въ соображеніе затѣмъ, что точка B лежитъ надъ линіею JA и что потому BD больше AH, я отмѣчаю, что разность $BD - AH$ *положительная*; поэтому я пишу при синусѣ и при углѣ знакъ +, а именно: sin=+17 мм., дуга=+9°,76.

Если бы, наоборотъ, точка B лежала подъ линіею JA, то BD была бы менѣе AH и разность $BD-AH$ была бы *отрицательною*; тогда и синусъ и уголъ отмѣчаются знакомъ —.

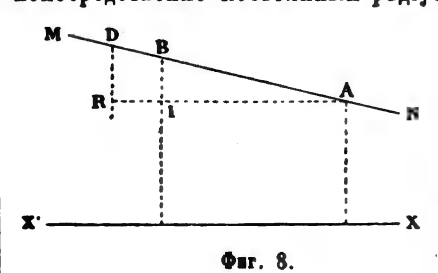
Всякій пойметъ необходимость присоединенія этихъ знаковъ: если уголъ положительный, то вершина его будетъ лежать направо, а его отверстіе будетъ направлено влѣво; если же онъ отрицательный, то наоборотъ вершина будетъ слѣва, а отверстіе направлено направо. Нѣтъ надобности прибавлять, что если уголъ равенъ нулю, то линіи будутъ параллельны.

Въ томъ же самомъ трехугольникѣ ABJ, основаніе JA есть косинусъ искомаго угла BAJ; поэтому можно было бы получить этотъ уголъ, измѣряя JA, т. е. HD вмѣсто измѣренія BJ. Иногда прибѣгаютъ къ этому способу косинуса, если углы очень велики, такъ какъ въ такомъ случаѣ варіаціи синуса становятся мало замѣтными. Но для угловъ ниже 60° способъ синуса предпочтительнѣе, потому что измѣреніе косинуса вызываетъ необходимость проведенія двухъ перпендикуляровъ, что при черченіи на бумагѣ составляетъ уже осложненіе, и вообще часто затруднительно на черепѣ. Поэтому вообще слѣдуетъ отдавать предпочтеніе способу синуса.

Въ приложеніи *формулы коррекціи* часто необходимо, какъ увидимъ далѣе, знать длину косинуса, но даже и въ этомъ случаѣ необходимо прибѣгать къ способу синуса. Измѣривъ синусъ, мы тотчасъ же найдемъ на второй таблицѣ величину соотвѣтствующаго косинуса.

Первый способъ, только что описанный нами, наиболѣе простъ, наиболѣе точенъ и удобенъ, но онъ обусловливается возможностію провести непосредственно синусъ при радіусѣ въ 100 миллиметровъ. Это всегда легко на бумагѣ, но на черепѣ дѣло иное: тутъ можно достигнуть этого только съ помощію искусственнаго пріема, приложимаго только въ извѣстныхъ опредѣленныхъ случаяхъ. Если непосредственное измѣреніе синуса, приведеннаго къ радіусу въ 100 миллиметровъ, невозможно, то прибѣгаютъ къ слѣдующему способу.

Второй способъ. Синусъ приведенный къ измѣняющемуся радіусу. Направленіе какой либо линіи MN всегда возможно опредѣлить съ помощію двухъ точекъ; поэтому на черепѣ всегда найдутся какія либо двѣ исходныя точки (points de repère) A и B, кои укажутъ направленіе этой линіи (фиг. 8); но при этомъ всѣ другія точки линіи будутъ только воображаемыя и потому невозможно отмѣтить на этой линіи двѣ точки, отстоящія другъ отъ друга на 100 миллиметровъ. Кромѣ того въ такихъ случаяхъ и разстояніе AB измѣнчиво, смотря по формѣ черепа, и слѣдовательно, для насъ невозможно получить непосредственно постоянный радіусъ.



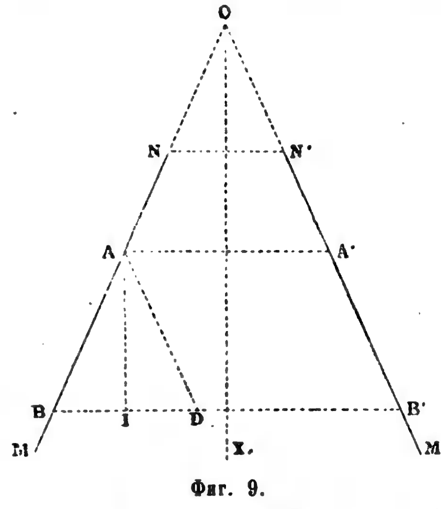
Фиг. 8.

Будемъ однако же поступать, какъ и въ предъидущемъ случаѣ, и измѣримъ въ миллиметрахъ разность BJ, а также разстояніе AB, что всегда возмож-

HO такъ какъ точки B и A лежатъ на черепѣ. Затѣмъ возьмемъ соотношеніе $\frac{100 \times BJ}{AB}$; *частное составитъ синусъ искомаго угла*, приведеннаго къ радіусу въ 100 миллиметровъ.

Очевидно, что если мы возьмемъ $AD=100$ миллиметровъ, то RD будетъ синусъ нашего угла. Изъ двухъ подобныхъ трехугольниковъ AJB и ARD мы получаемъ пропорцію RD: DA:: BJ: AB, откуда $\frac{DA \times BJ}{AB} = RD$ или $\frac{100 \times BJ}{AB}$ = синусу искомаго угла.

Третій способъ. Синусъ полуугла съ радіусомъ въ 100 миллиметровъ для случаевъ симметрическихъ линій. Приложеніе способа синуса требуетъ, чтобы по крайней мѣрѣ одна изъ двухъ сторонъ угла могла служить прочною опорою линейки съ масштабомъ. Случается однако въ краніометріи же, что обѣ эти стороны или обозначаются только гибкими спицами, къ коимъ нельзя приложить линейку, или же онѣ воображаемыя. Если эти линіи лежатъ симметрично по обѣимъ сторонамъ срединной плоскости черепа, какъ это случается очень часто, то можно приложить способъ синуса, опредѣляя половину угла вмѣсто опредѣленія цѣлой величины его.



Фиг. 9.

Пусть даны двѣ линіи MN, $M'N'$ (фиг. 9), опредѣляющіяся съ каждой стороны черепа двумя симметрическими исходными точками. Предположивъ, что черепъ симметриченъ, мы продолжаемъ обѣ эти линіи до пересѣченія ихъ въ какой либо точкѣ O, лежащей въ срединной плоскости черепа. Если мы возьмемъ двѣ симметричныя исходныя точки, какъ напримѣръ N,N', лежащія одна справа, другая слѣва, то, такъ какъ онѣ должны лежать на равномъ разстояніи отъ вершины O, трехугольникъ NON' будетъ равнобедренный а линія раздѣла OX будетъ перпендикулярна къ основанію NN'.

Предположимъ теперь, что обѣ линіи MN и $M'N'$ таковы, что возможно на ихъ протяженіи, или ихъ продолженіи, отмѣрить величину въ 100 миллиметровъ. Возьмемъ затѣмъ A и A' на равномъ разстояніи отъ N и N', отложимъ $AB=A'B'=100$ миллиметрамъ и получимъ симметрическую трапецію $AA'BB'$, коей оба основанія будутъ перпендикулярны къ линіи, дѣлящей ихъ на равныя части, т. е. OX.

Измѣримъ теперь въ миллиметрахъ оба основанія AA' и BB' и возьмемъ сначала разность $BB'-AA'$: число миллиметровъ этой разности *дастъ намъ синусъ половины угла O.*

Въ самомъ дѣлѣ, если мы проведемъ AD параллельно $A'B'$, то треугольникъ BAD будетъ равнобедренный, а линія раздѣла AJ будетъ перпендикулярна къ основанію. Имѣя $B'D=AA'$, и $BD=BB'-AA'$, получаемъ $BJ=\frac{BB'-AA'}{2}$. Съ другой стороны въ прямоугольномъ трехугольникѣ BAJ гипотенуза $AB=100$ миллиметрамъ, а потому высота BJ есть синусъ угла BAJ, равнаго углу MOX, т. $^1/_2$ O.

Слѣдовательно полуразность двухъ основаній есть синусъ половины искомаго угла. Если, напримѣръ, я нахожу $BB'-AA'=38$ мм., то я беру половину, т. е. 19 мм.; затѣмъ нахожу въ таблицахъ, что синусъ въ 19 миллиметровъ характеризуетъ уголъ въ 10°,95. Умножая его на два, получаю 21°,90 для величины искомаго угла.

Этотъ способъ потребовалъ довольно продолжительнаго описанія, но на практикѣ онъ очень скоръ. Далѣе мы увидимъ, что онъ дозволяетъ измѣрить глазничный (biorbitaire) уголъ менѣе чѣмъ въ секунду. Этотъ способъ требуетъ также, чтобы обѣ симметрическія линіи могли быть представлены иглами; когда это невозможно, то способъ этотъ видоизмѣняютъ такъ:

4-й способъ. Синусъ полуугла съ непостояннымъ радіусомъ для симметрическихъ линій.

Возьмемъ напримѣръ, (фиг. 9) двѣ лобно-теменныя линіи, опредѣляемыя съ каждой стороны лобнымъ бугромъ A и теменнымъ бугромъ B. Предполагая и здѣсь, что черепъ симметриченъ, мы увидимъ, что обѣ эти линіи образуютъ симметрическую трапецію AA',BB'; линіи эти пересѣкутся гдѣ либо въ точкѣ O, лежащей въ срединной плоскости черепа. До сихъ поръ условія были тѣже, что и въ предъидущемъ случаѣ, но обѣ стороны AB и $A'B'$, хотя равныя другъ съ другомъ, имѣютъ неопредѣленную и измѣнчивую величину.

Отмѣтивъ на черепѣ насколько возможно точнѣе точки A, A', B, B', измѣримъ толстотнымъ циркулемъ сначала сторону AB, затѣмъ разстояніе двухъ бугровъ BB' и AA'. Какъ и въ предъидущемъ случаѣ, мы получаемъ BJ, взявъ полуразность основаній, т. е. $\frac{BB'-AA'}{2}$, и видимъ, что BJ былъ бы синусомъ половины угла O, если бы AB была равна 100 миллиметрамъ. Поэтому мы прибѣгнемъ къ приведенію въ сотыя доли, слѣдуя второму способу, причемъ соотношеніе $\frac{100 \times BJ}{AB}$ даетъ частное, которое и будетъ синусъ $^1/_2$ угла O, при радіусѣ въ 100 миллиметровъ; затѣмъ наши таблицы намъ тотчасъ же дадутъ величину этого угла.

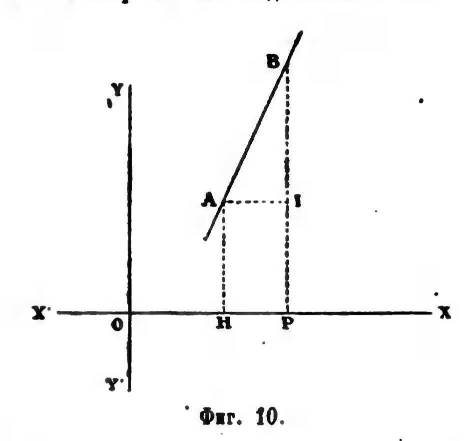
Пятый способъ. Тангенсъ.

Способъ тангенса въ нѣкоторыхъ случаяхъ приложимъ съ большею легкостію, чѣмъ способъ синуса; но что особенно увеличиваетъ пользу знанія этого способа, такъ это то, что онъ дозволяетъ превратить въ угловыя измѣренія мѣры, взятыя даже съ совершенно другими цѣлями методомъ координатъ. Мы знаемъ, что этотъ методъ состоитъ въ опредѣленіи какой либо точки, напримѣръ B, съ помощію абсциссы OP, взятой на оси x, отложенной отъ исходной точки O, и съ помощію ординаты BP, параллельной оси y (фиг. 10).

При знаніи абсциссы и ординаты двухъ точекъ, способъ тангенса даетъ въ градусахъ уголъ наклоненія линіи, проходящей чрезъ эти двѣ точки.

Пусть точки A и B (фиг. 10) опредѣляютъ направленіе какой либо черепной линіи. Для опредѣленія

угла, образуемаго линіею AB съ какою либо другою линіею, какъ напримѣръ xx, нужно взять послѣднюю за ось x и измѣрить послѣдовательно четыре коор-



Фиг. 10.

динаты BP, PO, AH и HO, чѣмъ и опредѣлится разность двухъ величинъ AJ и JB. Взявъ соотношеніе $100 \times \frac{BJ}{AJ}$ мы получаемъ *въ миллиметрахъ величину тангенса искомаго угла*. Этотъ уголъ дѣйствительно равенъ BAJ. Еслибы въ прямоугольномъ трехугольникѣ BAJ гипотенуза AB была ровна 100 миллиметрамъ, то BJ была бы синусомъ угла BAJ, а AJ его косинусомъ. Въ такомъ случаѣ стоило бы только измѣрить одну изъ этихъ двухъ линій для опредѣленія угла. Но мы этого неимѣемъ: A и B суть черепныя точки, а потому AB имѣетъ измѣнчивую, непостоянную величину. Что независитъ отъ величины AB, такъ это отношеніе BJ къ AJ. Такъ какъ обѣ эти линіи пропорціональны синусу и косинусу угла BAJ, приведенному къ радіусу въ 100 миллиметровъ, то $\frac{AJ}{BJ} = \frac{\sin}{\cos}$; мы знаемъ уже что $\frac{\sin}{\cos} = \frac{\text{tang}}{R} = \frac{\text{tang}}{100}$ и слѣдовательно можемъ вывести формулу $\frac{BJ}{AJ} = \frac{\text{tang}}{100}$, или наконецъ $100\ \frac{BJ}{AJ} = \text{tang } BAJ$.

Зная въ миллиметрахъ величину тангенса искомаго угла BAJ при радіусѣ въ 100 миллиметровъ, мы тотчасъ же можемъ найдти во 2-мъ столбцѣ 4-й таблицы величину этого угла.

Шестой способъ. Котангенсъ.

Этотъ способъ есть только видоизмѣненіе предъидущаго. Измѣривъ тѣмъ же способомъ обѣ линіи AJ и BJ, вмѣсто дѣленія высоты AJ основаніемъ BJ, мы дѣлимъ основаніе посредствомъ высоты для полученія соотношенія $100 \times \frac{AJ}{BJ}$. *Частное дастъ въ миллиметрахъ котангенсъ искомаго угла* BAJ.

Въ самомъ дѣлѣ очевидно, что это соотношеніе даетъ тангенсъ угла ABJ, у коего AJ представляетъ синусъ, а BJ косинусъ. Такъ какъ въ прямоугольномъ трехугольникѣ ABJ, уголъ ABJ, есть дополнительный угла BAJ то полученный нами тангенсъ угла ABJ есть котангенсъ искомаго угла BAJ. Зная величину этого котангенса въ миллиметрахъ мы можемъ найдти величину угла въ 3-мъ столбцѣ четвертой таблицы.

Способъ тангенса и способъ котангенса одинаковы съ точки зрѣнія краніометріи, такъ какъ въ обоихъ случаяхъ приходится измѣрять однѣ и тѣ же линіи. Получивъ рядъ измѣреній линіи BJ и AJ, можно опредѣлить по желанію или тангенсъ, раздѣляя первую на вторую, или котангенсъ, дѣлая обратное дѣленіе второй на первую. Впрочемъ выборъ въ этомъ случаѣ не всегда одинаково произволенъ. Всегда удобно брать за числитель болѣе короткую линію для того, чтобы частное, помноженное на сто, не имѣло болѣе двухъ цифръ слѣва отъ запятой. Это удобство, значеніе коего мы увидимъ тотчасъ же, заставляетъ предпочитать способъ тангенса, если синусъ менѣе косинуса, т. е. если уголъ менѣе 45° и способъ котангенса, если уголъ болѣе 45°.

Нѣсколько причинъ обусловливаютъ такой выборъ. Во первыхъ при изученіи частныхъ случаевъ, при коихъ синусъ и косинусъ измѣряются въ миллиметрахъ безъ дробей (или въ крайнемъ случаѣ съ дробною величиною въ полъмиллиметра) *можно избѣгнуть вычисленія дѣленія съ помощію таблицъ координатъ;* въ этихъ же таблицахъ, какъ и во всѣхъ другихъ таблицахъ указателей, всегда наименьшая линія служитъ числителемъ.

Во вторыхъ; при изученіи среднихъ чиселъ, величины, выражающія средній синусъ и средній косинусъ, обыкновенно опредѣляются съ двумя десятичными. Поэтому приходится здѣсь дѣлать дѣленіе и есть интересъ сократить этотъ трудъ, а очевидно, что вычисленіе будетъ тѣмъ продолжительнѣе, чѣмъ больше число цифръ въ частномъ. Если брать за числителя меньшее число, то частное всегда будетъ имѣть одною цифрою меньше, а часто и нѣсколькими, чѣмъ при обратномъ способѣ вычисленія. Это преимущество особенно становится яснымъ въ тѣхъ случаяхъ, когда уголъ приближается къ прямому, такъ какъ при этомъ синусъ больше, чѣмъ косинусъ. Если напримѣръ синусъ 93,52 мм. а косинусъ 7,4 мм. (что соотвѣтствуетъ углу въ 85°53), то тангенсъ, полученный чрезъ дѣленіе перваго числа на второе, будетъ 1274,11 мм., а котангенсъ, происходящій отъ дѣленія втораго на первое, будетъ только 7,84 мм. Очевидно, что мы будемъ имѣть *тремя* цифрами болѣе въ частномъ перваго случая сравнительно со вторымъ. Разница иногда бываетъ часто на *двѣ* или на одну цифру, но даже и въ послѣднемъ случаѣ удобнѣе брать для числителя линію болѣе короткую.

Въ третьихъ, и это окончательно рѣшаетъ дѣло, признакъ, который желаютъ опредѣлить измѣреніемъ наклоненія линіи AB часто изслѣдуется въ другой формѣ, хотя и съ помощію тѣхъ же измѣреній, именно съ помощію метода координатъ, при коемъ косинусъ AJ называется абсциссою или проэкціею, а синусъ BJ ординатою или высотою, а соотношеніе или частное этихъ линій носитъ названіе *указателя наклоненія*. Этотъ указатель, какъ и всѣ другіе, получается *при принятіи за числителя наиболѣе короткой линіи*. Единственное различіе, существующее между этимъ методомъ и тригонометрическимъ способомъ тангенсовъ и котангенсовъ, состоитъ въ томъ, что въ первомъ случаѣ ограничиваются вычисленіемъ указателя, а во второмъ употребляютъ этотъ указатель для полученія угловыхъ измѣреній. Это на столько вѣрно, что различные указатели прогнатизма, изученные въ замѣчательномъ мемуарѣ Топинара (Revue d'Anthropologie 1872 и 1873 гг.) могли быть затѣмъ выражены въ углахъ безъ новой переработки авторомъ своего труда (см. Topinard, *Anthropologie*, Paris, 1876, 1 изд. стр. 302). При полномъ параллелизмѣ этихъ двухъ способовъ необходимо, чтобы одни и тѣ же вычисленія могли служить для обоихъ способовъ, а такъ какъ методъ указателей производитъ ихъ по извѣстнымъ общепринятымъ правиламъ, то необходимо слѣдовать имъ и при изслѣдованіи соотношеній тригонометрическихъ линій.

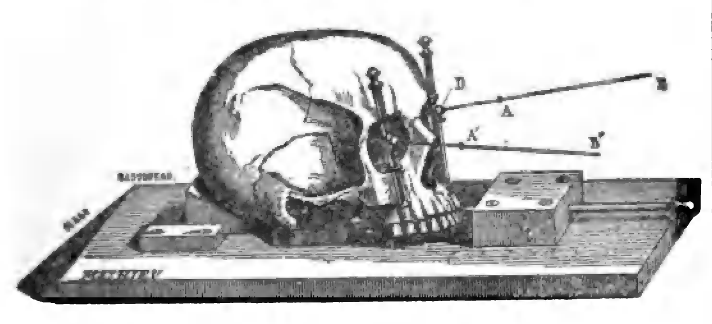
Поэтому, если синусъ меньше косинуса, или что тоже, если тангенсъ меньше радіуса и уголъ менѣе 45°, то слѣдуетъ *употреблять способъ тангенсовъ*. Въ случаяхъ противуположныхъ, если косинусъ больше синуса, тангенсъ болѣе радіуса и уголъ больше 45°, то слѣдуетъ *прибѣгать къ способу котангенсовъ*. Этимъ послѣднимъ способомъ указатели прогнатизма Топинара были превращены въ угловыя измѣренія или угловыя величины.

Нужно впрочемъ обратить вниманіе на случай, въ которомъ уголъ близокъ къ 45°, т. е. когда синусъ и косинусъ мало отличаются другъ отъ друга. Въ такихъ случаяхъ мы встрѣчаемъ, смотря по индивидуальнымъ видоизмѣненіямъ, что уголъ бываетъ то болѣе, то менѣе 45°. Несомнѣнно, что одинъ и тотъ же уголъ долженъ быть вычисляемъ однимъ и тѣмъ же способомъ; иначе это можетъ повести къ большой путаницѣ. Поэтому указанное нами правило не приложимо въ такихъ случаяхъ въ буквальномъ смыслѣ. Въ такихъ случаяхъ поступаютъ, какъ и при подобныхъ же случаяхъ метода указателей, а именно: если линіи, опредѣляющія указатель, очень близки къ равенству, причемъ бываетъ, что иногда одна нѣсколько больше, а иногда другая, то выбираютъ для числителя ту, которая оказывается болѣе короткою въ среднемъ; при такомъ пріемѣ указатель получается менѣе 100, какъ это требуется правиломъ. Точно также въ тригонометрическомъ методѣ, если синусъ въ среднемъ меньше косинуса, то прибѣгаютъ къ методу тангенсовъ, а въ противуположныхъ случаяхъ употребляютъ методъ котангенсовъ.

§ 6. Тригонометрическое приложеніе глазничныхъ иголъ (aiguilles orbitaires) и глазничной плоскости (plan biorbitaire). Упрощеніе пріемовъ. Глазничный уголъ (angle biorbitaire) и формула коррекціи.

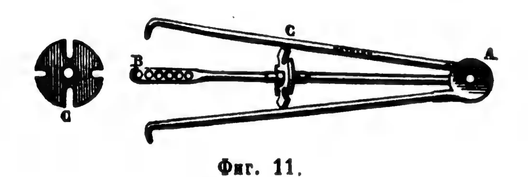
Изъ шести способовъ, только что описанныхъ нами, два (именно первый и третій) основываются на принятіи постояннаго радіуса въ 100 миллиметровъ. Описаніе способовъ не можетъ еще дать читателю полное представленіе о той простотѣ, къ которой на практикѣ сводятся оба эти способа. Приложеніе этихъ способовъ обусловливается возможностію отмѣтить на изучаемой черепной линіи двѣ постоянныя точки, лежащія на разстояніи 100 миллиметровъ другъ отъ друга, а не одна изъ естественныхъ линій черепа не выполняетъ такого условія. Къ счастію существуетъ искусственная линія, легко получаемая, къ коей можно отнести направленіе другихъ черепныхъ линій. Это *глазничная линія* (ligne orbitaire), опредѣляющая глазничную плоскость (plan biorbitaire), по которой измѣряютъ наклоненіе другихъ симметрическихъ плоскостей черепа. Зная наклоненіе двухъ изъ этихъ плоскостей по отношенію къ глазничной плоскости, можно получить затѣмъ уголъ, образуемый ими, чрезъ сложеніе или вычитаніе ихъ двухъ угловъ наклоненія.

Глазничная линія получается съ помощію *глазничной иглы*. Это обыкновенная спица, употребляемая для вязанія, несущая на 100 миллиметрахъ отъ одного изъ своихъ концевъ маленькую пуговичку (см. фиг. 12).



Фиг. 12. Черепъ помѣщенъ на краніостатѣ по затылочно-челюстной плоскости.
Обѣ глазничныя иглы вставлены въ оба орбитостата.
AA, мѣтки находящіяся на иглахъ на разстояніи 100 миллиметровъ отъ переднихъ концевъ B, B_1.

Глазничная игла вводится въ черепъ чрезъ оптическое отверстіе его и поддерживается на оси орбиты съ помощію небольшаго снаряда, называемаго орбитостатомъ. Есть нѣсколько видоизмѣненій орбитостата (съ пружиною, съ винтомъ и т. д. Орбитостатъ съ винтомъ представленъ на фиг. 12). Лучшій изъ орбитостатовъ, наиболѣе удобный и простой, единственно приложимый при сравнительно-анатомическихъ изслѣдованіяхъ къ орбитамъ всѣхъ измѣреній, есть орбитостатъ съ тремя ножками, первоначальную идею коего мнѣ далъ г. Друо.

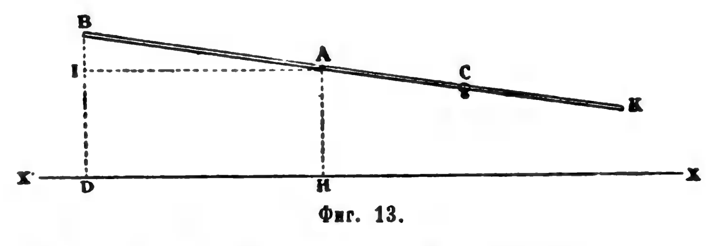


Фиг. 11.

Двѣ боковыя ножки, сочлененныя съ вершиною *A*, (фиг. 11) могутъ быть равномѣрно отодвигаемы отъ центральной оси *AB* посредствомъ *C*, двигающейся по этой центральной оси. Загнутые концы двухъ расходящихся ножекъ помѣщаются у средины краевъ глазницъ, на коей ихъ и укрѣпляютъ съ помощію штифтика. Снарядъ помѣщается въ плоскости глазничнаго отверстія вершиною наружу и такъ, что центральный стержень *AB* идетъ поперечно чрезъ отверстіе глазницъ, на равномъ разстояніи отъ его краевъ. На концѣ стержня *B* существуетъ рядъ отверстій, діаметромъ равныхъ діаметру глазничной иглы. Эту иглу вводятъ въ то изъ отверстій стержня, которое лежитъ на равномъ разстояніи, какъ отъ внѣшняго, такъ и внутренняго края орбитъ, и пропускаютъ ее затѣмъ чрезъ оптическое отверстіе, вслѣдствіе чего она и является находящеюся въ оси глазничной полости. Все это требуетъ только нѣсколько секундъ времени. Глазничная игла представляетъ то удобство, что соотвѣтствуетъ, если не вполнѣ точно, то въ достаточной степени, направленію горизонтальной линіи зрѣнія. Поэтому, если мы помѣстимъ по иглѣ въ каждой орбитѣ, то обѣ онѣ опредѣлятъ *глазничную плоскость*, соотвѣтствующую въ возможно точной, для скелета, степени плоскость горизонтальнаго зрѣнія живаго человѣка или иначе горизонтальную плоскость головы человѣка (фиг. 12). На это возражали, что форма глазницъ измѣнчива и потому ось орбиты не всегда можетъ соотвѣтсвовать въ достаточной степени направленію оси глаза. Я не стану утверждать, чтобы это возраженіе было безосновательно, но для меня несомнѣнно то, что глазничная плоскость наименѣе измѣнчива изъ всѣхъ

черепныхъ плоскостей, и что если эта плоскость горизонтальна, то черепъ человѣка кажется всегда имѣющимъ естественное положеніе, *равно какъ и черепъ всякаю животнаю*, ибо естественное положеніе у каждаго позвоночнаго есть то, когда онъ смотритъ горизонтально. Всѣ другія плоскости, служащія для оріентировки, даже наилучшія изъ нихъ, могутъ въ нѣкоторыхъ частныхъ случаяхъ придать головѣ человѣка болѣе или менѣе ложное положеніе, неудовлетворяющее вполнѣ глазъ наблюдателя. Глазничная плоскость не подвержена такимъ варіяціямъ: можно смѣло сказать, что она представляетъ собою самое постоянное въ черепѣ. Конечно эта плоскость только воображаемая, но она опредѣляется удобно съ помощію глазничныхъ иглъ, а потому и можетъ служить для изученія абсолютной или относительной степени наклоненія другихъ плоскостей. Мы возвратимся еще къ этому тотчасъ-же.

Глазничная игла вполнѣ удобна для приложенія *перваю способа синуса*. Если черепъ помѣщенъ въ естественномъ положеніи, то глазничная игла горизонтальна, тогда какъ различныя плоскости черепа, служащія предметомъ изученія для опредѣленія степени ихъ наклоненія, имѣютъ очень различныя направленія. Для измѣренія угла наклоненія способомъ синуса мало имѣетъ значеніе то, какая изъ двухъ сторонъ угла будетъ взята за основаніе; поэтому устанавливаютъ черепъ на столѣ или на подставкѣ такъ, чтобы изучаемая плоскость была горизонтальна. Вслѣдствіе этого глазничная игла становится обыкновенно болѣе или менѣе косвенною, и потому вмѣсто измѣренія наклоненіе плоскости относительно линіи является возможность измѣрить, и дѣйствительно измѣряютъ, наклоненіе линіи къ плоскости, что въ сущности одно и то же. Эта горизонтальная плоскость представлена на фиг. 13 подставкою *XX*.

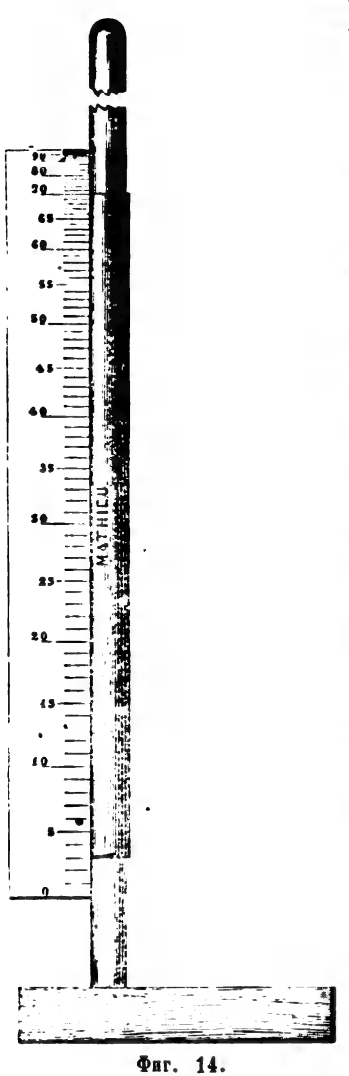


Фиг. 13.

Пусть на фиг. 13 глазничная игла выходитъ изъ черепа чрезъ орбитостатъ въ точкѣ *C*. Мы знаемъ, что на иглѣ есть постоянная точка въ видѣ маленькой пуговички *A*, лежащая на 100 миллиметровъ отъ ея передняго конца *B*. Если точка *B* лежитъ выше *A*, то игла *поднимается* и уголъ называется *положительнымъ*; если *B* лежитъ ниже *A* игла *наклоняется* или опускается и тогда уголъ становитcя *отрицательнымъ*.

Съ помощію линейки съ масштабомъ, поставленной на столъ и приведенной въ соприкосновеніе съ иглою, измѣряютъ послѣдовательно обѣ высоты *AH* и *BD*, коихъ *разность BJ и есть синусъ угла наклоненія BAJ* для радіуса въ 100 миллиметровъ.

Такой пріемъ выполняется очень скоро; но его можно еще сократить, избѣгнувъ вычисленія разности, дающаго величину синуса *BJ*. Для этого употребляютъ особый снарядъ, который хотя и не имѣетъ формы линейки съ дѣленіями, но совершенно замѣняетъ ее, и потому я назвалъ его *тригонометрической шкалою*. Снарядъ этотъ представленъ на фиг. 14 въ естественную величину. Онъ состоитъ изъ желѣзнаго штатива квадратной формы (на чертежѣ виденъ только его профиль) и изъ вертикальнаго цилиндрическаго стержня длиною въ 25 центиметровъ, окруженнаго цилиндрическою трубкою, имѣющею въ длину 10 центиметровъ. Трубка эта можетъ свободно двигаться по стержню. На этой трубкѣ, тоже металлической, укрѣплена маленькая линейка съ дѣленіями на обѣихъ своихъ сторонахъ. Одна изъ сторонъ (не видимая на чертежѣ) раздѣлена на миллиметры отъ 0 до 100. При употребленіи этого снаряда, его берутъ за штативъ правою рукою и помѣщаютъ такъ, чтобы стержень касался точки *A* глазничной иглы (фиг. 13); въ то же время лѣвою рукою двигаютъ вертикально линейку и доводятъ нуль ея дѣленій до точки *A*. Затѣмъ переносятъ снарядъ въ точку *B* и, не дотрогиваясь до линейки, отсчитываютъ на дѣленіяхъ число миллиметровъ, соотвѣтствующихъ точкѣ *B*. Полученное число въ миллиметрахъ обозначаетъ величину синуса *BJ* (фиг. 13).



Фиг. 14.

Если игла опускается, а не поднимается къ точкѣ *B*, то начинаютъ съ точки *B*, на которой отмѣчаютъ нуль дѣленій, и затѣмъ въ точкѣ *A* отсчитываютъ синусъ, который въ этомъ случаѣ будетъ отрицательный.

Зная синусъ, легко найдти на таблицахъ величину угла *BAJ*, но можно такъ же избѣгнуть и этой процедуры.

На другой сторонѣ линейки, представленной на чертежѣ, намѣчена другая шкала, дающая непосредственно измѣряемый уголъ, Такъ напримѣръ 19-ое подраздѣленіе, обозначающее 19°, помѣщено на 32,56 мм. надъ нулемъ: это потому, что въ кругѣ съ радіусомъ въ 100 миллиметровъ синусъ 32,56 мм. соотвѣтствуетъ углу 19°. Подраздѣленія уменьшаются отъ низа къ верху потому, что разности синусовъ, соотвѣтствующихъ одному градусу дуги, представляютъ уменьшающійся рядъ отъ 0 до 90° (см. таблицу дугъ). Внизу первое подраздѣленіе, дающее 1 градусъ, соотвѣтствуетъ синусу приблизительно въ два миллиметра (1,74 мм.); промежуточное число (l'intervalle) уменьшается для послѣдующихъ градусовъ, такъ что для 55 градуса оно уже не болѣе 1 миллиметра, а затѣмъ еще быстрѣе уменьшается. Начиная съ 70 градусовъ дѣленія перестаютъ быть различимыми, но мы уже указали выше на то, что способъ синуса не долженъ быть примѣняемъ къ угламъ болѣе 60 градусовъ. Наибольшее число угловъ, измѣряемыхъ этимъ способомъ, ниже 45° и въ такихъ случаяхъ дѣленія на градусы столь велики, что удобно отсчитываются на тригонометрической шкалѣ не только полуградусы, но и меньшія доли.

Я поручилъ устройство этой шкалы г. Тавернье

(rue de Babylone, № 39, Paris), производящему ее съ помощію особой дѣлительной машины, позволяющей приготовленіе этого снаряда за очень дешевую цѣну. Неимѣющіе подобной шкалы легко могутъ замѣнить ее, скопировавъ на бумагѣ подраздѣленія съ нашего чертежа, представленнаго въ естественную величину, и наклеивъ бумажку на обыкновенную линейку.

Благодаря тригонометрической шкалѣ измѣреніе угловъ съ помощію способа синуса дѣлается чрезвычайно простымъ, механическимъ и не требуетъ уже тригонометрическихъ знаній. Помѣстивъ черепъ въ изучаемой плоскости и вставивъ глазничныя иглы, остается для опредѣленія угла слѣдующее:

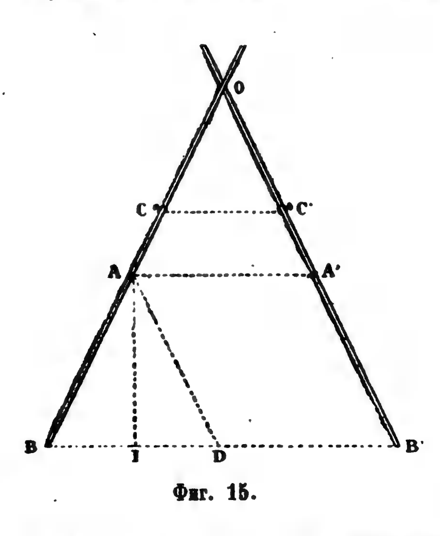
1. *Перенести шкалу на точку А и привести нуль дѣленія тригонометрической шкалы въ уровень съ этою точкою.*

2. *Перенести шкалу на точку В и отсчитать на тригонометрической шкалѣ градусъ соотвѣтствующій точкѣ В.*

Таковъ упрощенный способъ синуса, производимый съ помощію тригонометрической шкалы. Такимъ образомъ въ нѣсколько секундъ можно измѣрить наклоненіе глазничной иглы къ плоскости стола, или къ той плоскости, которую мы желаемъ изучить.

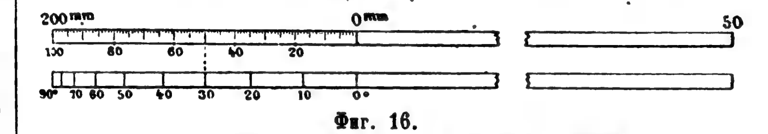
Впрочемъ способъ синуса приложимъ только въ тѣхъ случаяхъ, когда одна изъ сторонъ угла представляетъ достаточно опоры для приложенія къ ней шкалы. Если обѣ стороны угла представлены двумя иглами, то онѣ не представляютъ достаточной твердости, чтобы возможно было найдти на нихъ точку опоры для приложенія шкалы. Поэтому въ такихъ случаяхъ нужно принимать особыя мѣры предосторожности, требующія много времени. Глазничный уголъ, т. е. уголъ лежащій между двумя глазничными иглами, не можетъ быть поэтому изслѣдуемъ по способу синуса, но этотъ уголъ, важное значеніе коего тотчасъ будетъ уяснено нами, измѣряется очень скоро и просто съ помощію 3-го способа, описаннаго выше подъ именемъ *способа синуса полуугла при радіусѣ въ 100 миллиметровъ.*

Обѣ глазничныя иглы должны быть прежде всего помѣщены очень точно по осямъ глазницъ. Но этого еще недостаточно: нужно, чтобы ихъ внѣшнія части были вполнѣ равны другъ другу. Для этого каждая игла несетъ маленькую гаечку представленную въ буквѣ C фиг. 13; маленькій винтикъ позволяетъ оста-



Фиг. 15.

новить эту гаечку тамъ, гдѣ угодно. Эту гаечку укрѣпляютъ на нѣкоторомъ разстояніи сзади точки A такъ, чтобы разстояніе AC было совершенно равно на обѣихъ иглахъ. Затѣмъ каждую иглу вдвигаютъ въ орбитостатъ до тѣхъ поръ, пока это вдвиганіе не задержится гаечкою C, какъ это видно на чертежѣ 12. Въ такомъ положеніи обѣ иглы, будучи вполнѣ симметричными имѣютъ наружныя свои части равной величины. Предположивъ, что мы взяли вполнѣ симметрическій черепъ, мы получимъ воображаемую точку пересѣченія (0) обѣихъ иголъ гдѣ либо на срединной линіи внутри черепа (фиг. 15) и эта точка пересѣченія будетъ лежать на равномъ разстояніи отъ обоихъ внѣшнихъ концевъ иглы B и B'. Если мы проведемъ линію BB_1, то трехугольникъ BOB_1, будетъ равнобедреннымъ и линія AA' будетъ параллельна основанію. Такимъ образомъ мы осуществили условія, дозволяющія приложеніе 3-го способа или способа синуса полуугла. Вмѣсто того, чтобы измѣрять глазничный уголъ BOB, мы измѣряемъ половину этого угла BAJ. Можно замѣтить здѣсь, что въ краніометріи болѣе полезенъ полуугол, чѣмъ цѣлый уголъ. Такой полууголъ входитъ въ формулу коррекціи съ обозначеніемъ p; поэтому глазничный уголъ будетъ $2p$. По способу синуса полуугла слѣдуетъ брать половину разности двухъ разстояній BB' и AA' для полученія въ миллиметрахъ величины BJ, составляющей синусъ угла p при радіусѣ въ 100 миллиметровъ. Прикладывая осторожно тонкую линеечку къ обѣимъ точкамъ BB_1, а затѣмъ къ двумъ другимъ AA_1, мы можемъ получить въ миллиметрахъ длину BB' и AA_1. Затѣмъ легко уже получить разность и раздѣлить ее на два, но и это вычисленіе можетъ быть избѣгнуто съ помощію *бимиллиметрической линейки* (фиг. 16). Это тонкая и узенькая линейка изъ дерева или кости, длиною въ 70 центиметровъ. Съ *правой стороны* на длинѣ въ 50 центиметровъ линейка не имѣетъ дѣленій. Послѣдніе 20 центиметровъ раздѣлены на 100 частей, каждая въ два миллиметра, и притомъ такъ, что цифра 5 поставлена на 10 миллиметровъ отъ нуля, цифра 15 на 30 миллиметровъ отъ нуля и т. д. Нуль помѣщается не на концѣ линейки, а около ея средней части. Понятно, что измѣряя этою линейкою какую либо длину въ 30 миллиметровъ, мы на ней увидимъ только цифру 15 и т. д. Слѣдовательно, эти цифры покажутъ только половину измѣряемой длины, и если будемъ измѣрять такъ длину линіи BD (фиг. 15), то цифра на линейкѣ покажетъ намъ безъ вычисленія величину BJ, т. е. синусъ p.



Фиг. 16.

Фиг. 16. Тригонометрическая бимиллиметрическая линейка.

P. сторона, несущая шкалу синусовъ.

φ. сторона шкалы съ угловыми подраздѣленіями, соотвѣтствующими подраздѣленіямъ синусовъ.

O. нуль на обѣихъ шкалахъ.

Манипуляціи съ этою линейкою дѣлаются съ чрезвычайною быстротою. Ее берутъ *лѣвою* рукою, держа ноготь большаго пальца на нулѣ, и прикладываютъ ее поперечно къ двумъ глазничнымъ игламъ (безъ всякаго давленія на нихъ) и затѣмъ приводятъ нуль ея дѣленій къ точкѣ A. Въ этомъ первомъ положеніи часть линейки, снабженная дѣленіями, будетъ находиться по отношенію къ наблюдателю справа отъ точки A, а потому черезъ точку A' пройдетъ только часть линейки безъ шкалы. Затѣмъ *правою* рукою берутъ линейку такъ, чтобы ноготь большаго пальца ея лежалъ на точкѣ,

соприкосающейся съ A, и переносятъ къ BB', помѣщая у B' точку, отмѣченную ногтемъ. Отсчитываютъ теперь число шкалы, касающееся точки B, и оно выразитъ въ миллиметрахъ величину синуса p при радіусѣ въ 100 миллиметровъ.

Очевидно, въ самомъ дѣлѣ, что при второмъ положеніи линейки нуль дѣленій ея перенесенъ изъ A въ D и что число дѣленій выражаетъ въ двойныхъ миллиметрахъ длину BD, т. е. въ миллиметрахъ величину AJ, составляющей синусъ угла p.

Зная синусъ p, отыскиваютъ въ таблицахъ синусовъ величину угла p, но какъ ни легка эта процедура, всетаки ее можно избѣгнуть, перевернувъ линейку, т. е. обративъ къ себѣ шкалу начерченную на оборотной сторонѣ линейки.

Эта вторая шкала (фиг. 16), коей нуль дѣленія совпадаетъ съ нулемъ первой шкалы, занимаетъ всю лѣвую сторону линейки и имѣетъ въ длину 20 центиметровъ, т. е. 200 миллиметровъ. На этой шкалѣ 90 подраздѣленій, обозначающихъ отъ 0° до 90°, т. е. градусы, соотвѣтствующіе тѣмъ синусамъ, кои можно отсчитать на бимиллиметрической шкалѣ первой стороны линейки. Если представимъ себѣ удвоенными всѣ подраздѣленія той тригонометрической шкалы, которая представлена на фиг. 14, то мы получимъ ту тригонометрическую бимиллиметрическую шкалу, которую мы только что описали.

Изъ этого видно, что и здѣсь, какъ и въ способѣ синусовъ, можно значительно упростить задачу съ помощію *бимиллиметрической тригонометрической линейки, а именно:*

1. Оборачивая къ себѣ шкалу съ угловыми подраздѣленіями, наблюдатель *прикладываетъ сначала линейку къ AA', помѣщая нуль на точкѣ A и часть линейки безъ дѣленій на точку A'.*

2. *Держа ноготь большаго пальца правой руки на точкѣ линейки, прикасающейся къ A', переносятъ линейку въ BB' такъ, чтобы точка, бывшая у A', стала у B'. Затѣмъ отсчитываютъ величину угла p на точкѣ линейки, соприкасающейся съ точкою B.*

Все это требуетъ нѣсколькихъ секундъ. Тригонометрическая бимиллиметрическая линейка, на коей удвоены всѣ подраздѣленія миллиметровъ радіуса и градусовъ угловъ и обѣ шкалы которой опираются на одно и тоже основаніе, можетъ замѣнить съ довольно значительной степенью приближенія, по крайней мѣрѣ для дугъ менѣе 50—60°, таблицы дугъ и синусовъ. Если мы желаемъ узнать, напримѣръ, какая дуга соотвѣтствуетъ при радіусѣ въ 100 миллиметровъ синусу въ 20 миллиметровъ, то прикладываемъ ноготь къ основанію линейки на мѣстѣ 2-го бимиллиметрическаго дѣленія, т. е. на 40 миллиметровъ отъ нуля, и затѣмъ видимъ на другой шкалѣ, что эта точка соотвѣтствуетъ почти срединѣ пространства, лежащаго между 11 и 12 градусомъ, изъ чего заключаемъ, что синусъ 20 миллиметровъ соотвѣтствуетъ дугѣ въ 11°,50. По таблицамъ мы нашли бы большее приближеніе, увидѣли бы что дуга въ этомъ случаѣ будетъ 11°,53, но такое различіе очень ничтожно и по большей части на него можно и не обращать вниманія. Нѣкоторые полагали на основаніи этого, что достаточно одной линейки и что въ таблицахъ нѣтъ надобности. Это пожалуй было бы и вѣрно, если бы тригонометрическій методъ не имѣлъ другихъ приложеній кромѣ тѣхъ, кои можно подвести подъ наши два упрощенные метода; но таблицы необходимы во многихъ другихъ случаяхъ и въ особенности при употребленіи формулы коррекціи, къ которой мы теперь и переходимъ.

Формула коррекціи. Мы видѣли, что способъ синусовъ дозволяетъ опредѣлить очень удобно уголъ наклоненія глазничной иглы относительно каждой плоскости симметрическаго черепа, установленной параллельно горизонтальной плоскости стола. Но полученный такимъ образомъ уголъ указываетъ только уголъ наклоненія глазничной иглы и не даетъ угла наклоненія глазничной плоскости къ плоскости горизонта или стола. Однако намъ необходимо опредѣлить этотъ второй уголъ, а эти оба угла совершенно отличны другъ отъ друга.

Для ясности послѣдующихъ объясненій можетъ быть будетъ не безполезно напомнить здѣсь нѣкоторыя положенія элементарной геометріи трехъ измѣреній.

1. Точка, въ которой линія пересѣкаетъ плоскость, называется ея точкою пересѣченія съ этой плоскостью, а *проэкціею линіи на плоскости* называется линія образуемая основаніями всѣхъ перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ этой линіи на плоскость.

2. Такъ какъ проэкція необходимо проходитъ чрезъ точку пересѣченія, то достаточно для полученія проэкціи провести чрезъ какую либо точку линіи перпендикуляръ къ плоскости и соединить прямою линіею основаніе этого перпендикуляра съ точкою пересѣченія линіи.

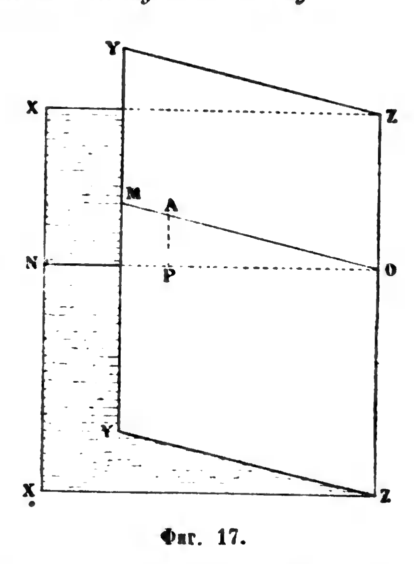
3. *Наклоненіе линіи къ плоскости измѣряется угломъ, который она образуетъ съ своею проэкціею.*

4. Если линія имѣетъ косвенное направленіе, то этотъ уголъ есть наименьшій изъ всѣхъ, которые она образуетъ со всякою другою линіею, проведенною въ плоскости изъ точки пересѣченія.

5. Двѣ пересѣкающіяся плоскости образуютъ плоскостной уголъ; пересѣченіе этихъ плоскостей есть прямая линія, называемая ребромъ.

6. Всякая плоскость, перпендикулярная къ ребру, перпендикулярна въ то же время и къ двумъ плоскостямъ, образующимъ плоскостной уголъ.

7. *Плоскостной уголъ, т. е. наклоненіе одной плоскости къ другой, измѣряется угломъ, образуемымъ между ними двумя линіями, проведенными въ обѣихъ взятыхъ плоскостяхъ чрезъ какую либо точку ребра перпендикулярно къ этому послѣднему.*



Фиг. 17.

Такъ (фиг. 17) плоскостной уголъ, образуемый двумя плоскостями ZZY и ZZX, имѣетъ ребромъ линію ZZ и измѣряется угломъ MON, образуемымъ двумя линіями, OM и ON, перпендикулярными къ ZZ.

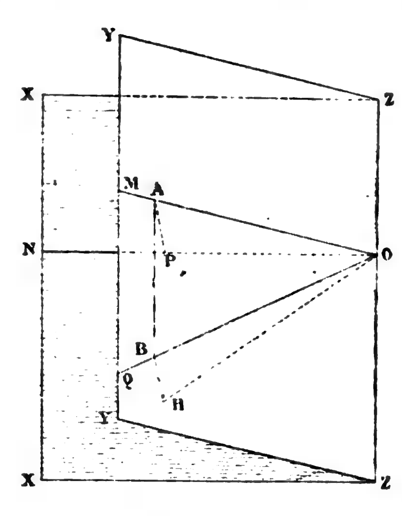
8. Такъ какъ обѣ линіи MO и ON перпендикулярны къ ребру, то плоскость MON, опредѣляемая ими, тоже перпендикулярна къ ребру. Эта плоскость, слѣдо-

вательно, одновременно перпендикулярна къ двумъ даннымъ плоскостямъ, а потому, если изъ какой либо точки A линіи OM опустимъ перпендикуляръ AP на плоскость ZZX, то основаніе этого перпендикуляра упадетъ на линію ON. Отсюда слѣдуетъ, что линія NO есть проэкція линіи MO на плоскости ZZX, и наоборотъ: линія MO есть проэкція линіи NO на плоскости ZZY. Другими словами: уголъ MON, измѣряющій плоскостной двухгранный уголъ, измѣряетъ въ то же время и наклоненіе линіи MO къ плоскости ZZX и линіи NO къ плоскости ZZY.

9. Напомнимъ, наконецъ, то основное положеніе, что изъ двухъ неравныхъ наклонныхъ линій, выходящихъ изъ одной точки, наиболѣе длинною есть та, которая имѣетъ наименьшій уголъ наклоненія. Отсюда, если даны два прямоугольные трехугольника одинаковой высоты, то имѣющій болѣе длинную гипотенузу будетъ представлять также и такой, у котораго уголъ у основанія будетъ наименьшимъ.

Послѣ этого мы можемъ установить тѣ два положенія, на которыхъ основывается формула коррекціи.

Положеніе 1. Линія MO, перпендикулярная къ ребру ZZ (фиг. 18), изъ всѣхъ линій, проведенныхъ въ плоскости ZZY чрезъ точку O, есть такая, которая образуетъ наибольшій уголъ наклоненія съ другою плоскостью ZZX.



Фиг. 18.

Начертимъ какую нибудь другую линію OQ, проведенную въ плоскости ZZY чрезъ точку O. Требуется доказать, что эта линія OQ болѣе наклонена къ плоскости ZZX, чѣмъ линія OM. Возьмемъ какую нибудь точку A на линіи OM и чрезъ эту точку проведемъ линію AB, параллельную ребру ZZ. Эта линія лежитъ въ плоскости ZZY и пересѣчетъ поэтому въ точкѣ B линію OQ, находящуюся въ той же плоскости. Такъ какъ AO перпендикулярна OZ, то она перпендикулярна также и линіи AB, параллельной OZ. Слѣдовательно трехугольникъ BAO прямоуголенъ въ A и его гипотенуза OB имѣетъ большую длину, чѣмъ катетъ AO.

Такъ какъ линія AB параллельна OZ, лежащей въ плоскости ZZX, то она параллельна и этой плоскости ZZX. По этому два перпендикуляра AP и BH, опущенные изъ A и B на плоскость ZZX, равны. (На чертежѣ этимъ двумъ перпендикулярамъ придали нѣсколько косвенное направленіе для того, чтобы они не были закрыты линіею AB).

Если мы проведемъ въ плоскости ZZX линію HO, соединяя точку O съ основаніемъ перпендикуляра BH, то линія OH будетъ проэкціею линіи OB на плоскости ZZX и уголъ BOH измѣритъ наклоненіе BO на плоскости ZZX, подобно тому, какъ уголъ AOP измѣритъ наклоненіе AO на той же плоскости.

Доказавши это, беремъ два трехугольника APO и BHO, прямоугольные одинъ въ P, другой въ H; они имѣютъ одинаковую высоту, ибо мы уже видѣли, что $AP=BH$.

Такъ какъ гипотенуза AO перваго трехугольника короче OB гипотенузы втораго, то *уголъ* AOP болѣе угла BOH, что и требовалось доказать.

Различіе, существующее между этими двумя углами, будетъ тѣмъ больше, чѣмъ линія OQ будетъ болѣе наклонна по отношенію къ ребру ZZ, а слѣдовательно и болѣе расходящеюся по отношенію OM. Это расхожденіе выражается угломъ AOB, лежащимъ въ плоскости ZZY; между этимъ третьимъ угломъ и двумя первыми существуетъ постоянное соотношеніе, позволяющее опредѣлить одинъ изъ нихъ, если извѣстны два остальные.

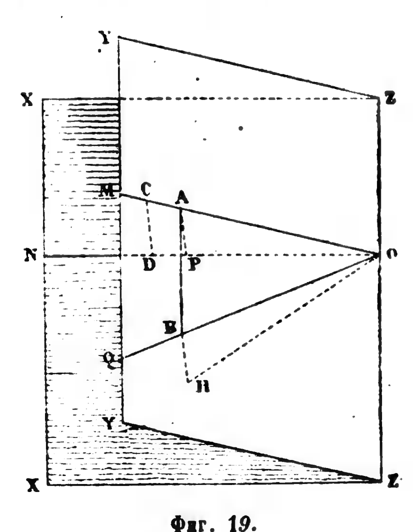
Для установленія этого соотношенія обозначимъ чрезъ α уголъ AOP, опредѣляющій наклоненіе обѣихъ плоскостей.

θ уголъ BOH, измѣряющій наклоненіе отклоняющейся линіи BO и имѣющій меньшую величину, чѣмъ α, какъ это мы доказали,

и p уголъ расхожденія AOB.

Въ краніометріи α есть уголъ наклоненія *плоскости глазничной* по отношенію къ горизонтальной; θ есть уголъ наклоненія глазничной иглы, или проще *уголъ иглы*, а p есть половина *глазничнаго угла* (angle biorbitaire). Мы уже видѣли выше, что можно измѣрить очень удобно и очень скоро уголъ θ и уголъ p чрезъ посредство ихъ синусовъ. Но намъ нужно опредѣлить уголъ α и это достигается съ помощію соотношенія, существующаго между этими тремя углами и вытекающаго изъ слѣдующаго положенія:

Положеніе второе. Синусъ угла α или угла AOP равенъ углу θ или BOH, раздѣленному на косинусъ угла p или AOB. Возьмемъ тотъ же чертежъ, который мы имѣли на фиг. 18 и отложимъ на линіи AO длину OC, равную OB (фиг. 19). Мы видѣли выше, что треугольникъ BAO прямоуголенъ въ A, а потому гипотенуза OB длиннѣе стороны AO; слѣдовательно точка C ляжетъ слѣва отъ точки A.



Фиг. 19.

Изъ точки C опустимъ перпендикуляръ CD на плоскость ZZX. Эта линія падетъ на продолженіе OP и

образуетъ прямоугольный трехугольникъ CDO, подобный APO.

Чтобы придать сторонамъ этихъ трехугольниковъ тригонометрическое значенiе возьмемъ за радiусъ сторону OC, равную OB по построенiю, а $OC=R$ (1).

При этомъ мы, во первыхъ, замѣтимъ, что въ прямоугольномъ трехугольникѣ CDO гипотенуза CO равна радiусу, а потому CD есть синусъ угла COD, т. е. угла α; отсюда $CD=\sin\alpha$ (2).

Во вторыхъ: такъ какъ въ прямоугольномъ трехугольникѣ BHO гипотенуза OB равна линiи OC, которая есть радiусъ, то BH есть синусъ угла BOH, т. е. угла θ; поэтому $BH=\sin\theta$. Зная уже, что BH равна AP, ибо обѣ составляютъ высоту линiи AB надъ плоскостiю ZZX, которой она параллельна, мы заключаемъ, что $AP=\sin\theta$ (3).

Въ третьихъ, наконецъ, въ прямоугольномъ трехугольникѣ BAO съ прямымъ угломъ у A гипотенуза OB равна радiусу; поэтому сторона BA есть синусъ угла BAO, т. е. угла p, а сторона AO есть косинусъ того же угла; слѣдовательно $AO=\cos p$ (4).

Два подобныхъ трехугольника CDO и APO даютъ слѣдующую пропорцiю:

$$CD : AP :: CO : AO.$$

Замѣняя эти линiи ихъ тригонометрическимъ выраженiемъ (1) (2) (3) и (4), мы имѣемъ:

$$\sin\alpha : \sin\theta :: R : \cos p$$

$$\sin\alpha = \frac{\sin\theta}{\cos p} \times R$$

А такъ какъ мы принимаемъ $R=100$ миллиметрамъ, то наша формула приметъ видъ:

$$\sin\alpha = \frac{\sin\theta}{\cos p} \times 100 \text{ или } \sin\alpha = \frac{100}{\cos p} \times \sin\theta.$$

Это и есть *формула коррекцiи*, съ помощiю коей, зная уголъ иглы θ и уголъ глазничный $2p$, можно получить величину угла наклоненiя глазничной плоскости α.

Приложенiе этой формулы легко. Посредствомъ синуса (первымъ способомъ) измѣряютъ уголъ θ и получаютъ непосредственно синусъ θ въ миллиметрахъ. Посредствомъ синуса также измѣряютъ уголъ p, но зная $\sin p$ въ миллиметрахъ можно отыскать прямо на второй таблицѣ величину соотвѣтствующаго косинуса.

Эта формула даетъ намъ возможность опредѣлить различiе, имѣющееся между α и θ, припоминая, что при возростанiи угла возрастаетъ его синусъ и уменьшается косинусъ (см. выше *тригонометрическiя положенiя* № 8).

Такъ какъ косинусъ всегда меньше радiуса, то формула показываетъ намъ (что впрочемъ было уже установлено положенiемъ первымъ), что sin всегда больше sin. θ, т. е. что уголъ α болѣе угла θ. Различiе тѣмъ больше, чѣмъ $\cos p$ имѣетъ меньшую величину, а такъ какъ $\cos p$ уменьшается по мѣрѣ того, какъ уголъ p увеличивается, то мы заключаемъ, что различiе между $\sin\alpha$ и $\sin\theta$ возрастаетъ тѣмъ болѣе, чѣмъ глазничныя оси становятся болѣе расходящимися.

Я изучилъ въ особомъ мемуарѣ (Bulletin de la Société d' Anthropologie 1873 г. стр. 161—179; см. таблицу стр. 178) глазничный уголъ $2p$, выражающiй степень расхожденiя глазничныхъ осей въ ряду млекопитающихъ. Это расхожденiе варьируетъ значительно у различныхъ видовъ. Оно наименьшее у приматъ, у коихъ оно колеблется между 34 и 54 градусами; у другихъ отрядовъ млекопитающихъ оно очень рѣдко нисходитъ до 60°, почти всегда превосходитъ 66° и достигаетъ иногда 150°.

Съ физiологической точки зрѣнiя это различiе между приматами и другими млекопитающими очень существенно. Оно не менѣе важно и съ краніометрической точки зрѣнiя, такъ какъ оно влiяетъ на результатъ формулы коррекцiи.

У обыкновенныхъ млекопитающихъ, уголъ $2p$ варьируетъ между 60° и 150° и предѣлы угла съ одной стороны 30°, коего косинусъ имѣетъ около 86 мм., а съ другой 75°, коего косинусъ только 25 мм. Отношенiе $\sin\alpha$ къ $\sin\theta$, выражается то какъ 100 къ 86, то какъ 100 къ 25. Разность между двумя синусами поэтому очень измѣнчива. Встрѣчаются случаи (кроликъ), въ которыхъ $\sin\theta$ имѣетъ только 13 мм., а $\sin\alpha$ достигаетъ 52 мм., что даетъ для θ 7°,47, а для α 31°,33. Въ другихъ случаяхъ (собака) $\sin\theta=39$ мм., а $\sin\alpha=48$ мм., что даетъ $\theta=22°,95$, а $\alpha=28°,69$. Поэтому при переходѣ отъ θ къ α нѣтъ другаго пути, какъ формула коррекцiи, и необходимо прилагать эту формулу со всею точностiю, что требуетъ слѣдующаго:

1) нужно измѣрить на иглѣ длину $\sin\theta$.
2) измѣрить $\sin p$ указаннымъ выше способомъ.
3) отыскать на второй таблицѣ величину $\cos p$ по $\sin p$.
4) вычислить величину $\sin\alpha$, раздѣляя $100 \sin\theta$ на $\cos p$
5) опредѣлить по третьей таблицѣ величину α по $\sin\alpha$.

Всѣ эти прiемы хотя просты, легки и доступны всякому, но тѣмъ не менѣе требуютъ времени. Относительно этого можно найдти частности и нѣкоторое число примѣровъ въ особой таблицѣ, помѣщенной на стр. 177 въ Bulletin de la Société d' Anthropologie 1873 г. Въ Сравнительной анатомiи, у животныхъ иныхъ, чѣмъ приматы, всѣ эти прiемы необходимы, а потому нужно подчиниться имъ, и это тѣмъ легче, что достаточно бываетъ въ такихъ случаяхъ изучитъ даже только небольшое число особей каждаго вида. Въ Антропологiи, въ коей необходимо основываться на большомъ числѣ наблюденiй, непосредственное приложенiе формулы коррекцiи представляетъ серьозное затрудненiе, которое къ счастiю, какъ увидимъ тотчасъ, можетъ быть обойдено.

Упрощенiе коррекцiи у приматовъ.

Мы сказали, что у приматовъ уголъ $2p$ колеблется между 34 и 54 градусами. Не у человѣка, между приматами, замѣчается наименьшее расхожденiе глазничныхъ осей; въ этомъ отношенiи человѣкъ отступаетъ въ первенствѣ передъ гориллою и нѣкоторыми другими обезьянами, хотя и уступаетъ имъ только въ нѣсколькихъ градусахъ. У человѣка глазничный уголъ въ среднемъ равняется 47°,28 съ minimum въ 40° и maximum въ 54°. Уголъ p, который есть половина предъидущаго, измѣняется у него между 20° и 27°, а въ среднемъ имѣетъ 23°, 64, что даетъ для $\cos p$ maximum въ 93,9 мм., minimum 89,1 мм., а въ среднемъ 91,6 мм.

Всѣ эти различiя въ величинѣ $\cos p$ имѣютъ почти незамѣтное влiянiе на результаты формулы коррекцiи. Это доказывается слѣдующимъ примѣромъ. Предположимъ, что $\sin\theta$ имѣетъ 20 мм. Раздѣляя на 93,9 мм., мы получаемъ $\sin\alpha=21,29$ мм., откуда $\alpha=12°,29$; если же раздѣлить тоже на 89,1 мм., то будетъ $\sin\alpha=22,44$ мм., а $\alpha=12°,87$. Разность между обѣими величинами α получается 0,58. Слѣдовательно, самыя крайнiя варiяцiи глазничнаго угла не могутъ вызвать измѣненiя въ результатѣ болѣе, чѣмъ на шесть деся-

тыхъ градуса. Поэтому, если мы условимся придавать cos p величину постоянную, среднюю между двумя крайними, то нашъ выводъ будетъ точенъ до трехъ десятыхъ градуса. Такое приближеніе болѣе чѣмъ достаточно; оно болѣе того, которое требуется при нашихъ краніологическихъ изслѣдованіяхъ, такъ какъ наши гоніометры измѣряютъ углы только съ вѣроятнымъ приближеніемъ въ 1 градусъ.

Средній глазничный уголъ человѣческихъ племенъ равенъ 47°28, поэтому можно условиться придавать p постоянную величину въ 23°64, что составляетъ половину перваго числа; при такомъ предположеніи для cos p будетъ постоянная величина 91,6. Принявъ это, *нѣтъ болѣе надобности измѣрять глазничный уголъ,* такъ какъ весь трудъ, произведенный для этого, окончится въ результатѣ очень незначительною поправкою..

Такое же условное допущеніе можетъ быть принято и въ краніометріи обезьянъ, у коихъ наименьшій предѣлъ cos p нисходитъ далѣе, чѣмъ у человѣка, но за то высшій или наибольшій остается таковымъ же. Постоянная величина въ 91,6 условленная для cos p можетъ повести къ ошибкамъ только меньшимъ полуградуса.

Допустивши разъ такое упрощеніе, слѣдуетъ однакоже обращать вниманіе каждый разъ на знаменатель формулы коррекціи. Поэтому необходимо каждый разъ при опредѣленіи sin α дѣлать дѣленіе 100sinθ на 91,6. Такимъ образомъ приложеніе формулы коррекціи требуетъ слѣдующихъ пріемовъ:

1. Измѣрить на иглѣ длину sin θ.
2. Раздѣлить 100 sin θ на 91,6 для полученія sin α.
3. Опредѣлить по 3-й таблицѣ величину α по sin α.

Такое упрощеніе уже значительно, но какъ ни легки предъидущіе пріемы, ихъ можно опять таки избѣжать съ помощію способа прибавки.

Дальнѣйшее упрощеніе. Коррекція способомъ прибавки.

Вычисляя разность между sin α и sin θ и между α и θ для всѣхъ величинъ, нисшихъ 60 градусамъ, мы видимъ, что эта разность возрастаетъ по мѣрѣ увеличенія θ. Нѣтъ надобности приводить здѣсь всю таблицу; достаточно того, что показано на слѣдующей табличкѣ:

Разность между α и θ, если cos p=91,6 мм.

Синусы въ миллим.		углы въ градус.		Разность.	Отношеніе разности.
Sin θ	Sin $\alpha=\frac{\text{Sin }\theta}{0,916}$	θ	α	α и θ въ град.	α (прибав. къ θ)
0	0	0	0	0	
1	1.09	0.57	0.62	0.05	1:11
2	2.18	1.14	1.24	0.10	1:11
5	5.45	2.87	3.12	0.25	1:11
9	9.82	5.16	5.63	0.47	1:11
18	19.65	10.37	11.32	0.95	1:11
26	28.38	15.07	16.49	1.42	1:10
35	38.20	20.48	22.50	2.02	1:10
43	46.94	25.47	28.00	2.53	1:10
50	54.58	30.00	33.08	3.08	1:10
58	63.31	35.45	39.28	3.83	1: 9
65	71.03	40.55	45.26	4.71	1: 9
71	77.51	45.24	50.82	5.78	1: 8
77	84.06	50.36	57.11	6.75	1: 8
82	89.51	55.02	63.49	8.47	1: 7
86	93.88	59.32	69.86	10.54	1: 6

Здѣсь нѣтъ надобности идти далѣе 60°, такъ какъ общій способъ синусовъ, о коемъ идетъ рѣчь, замѣняется способомъ косинуса, если углы становятся болѣе 60°.

Послѣдній столбецъ даетъ прибавку, т. е. дробь θ, которую нужно прибавить въ θ, чтобы получить α.

Мы видимъ изъ таблички, что для величинъ θ, нисшихъ. чѣмъ 10° разность α—θ составляетъ только одну одинадцатую величины θ. При величинахъ столь малыхъ, $\frac{1}{11}$ отличима отъ $\frac{1}{10}$ только вліяніемъ на вторую десятичную цифру величины; поэтому мы можемъ допустить прибавку $\frac{1}{10}$ для величинъ θ, лежащихъ между 1° и 10°, такъ какъ при этомъ ошибка никогда не достигнетъ даже $\frac{1°}{10}$. Для величинъ, лежащихъ между 10° и 30° прибавка сама по себѣ уже $\frac{1}{10}$. Начиная отъ 30° до 40° прибавка можетъ быть принята въ $\frac{1}{9}$, а для угловъ большихъ прибавка увеличивается все болѣе и болѣе, но всѣ эти увеличенія могутъ быть приведены къ нѣсколькимъ предѣламъ, кои даютъ возможность установить слѣдующее правило:

Правило прибавокъ. Для полученія α нужно прибавить къ θ дробь θ, а именно:

	Величина θ.				Величина прибавки.		
Отъ	0	до 30	градусовъ	одну	*десятую*	величины	θ.
»	31	» 40	»	»	*девятую*	»	θ.
»	41	» 50	»	»	*восьмую*	»	θ.
»	51	» 55	»	»	*седьмую*	»	θ.
»	56	» 60	»	»	*шестую*	»	θ.

Приложеніе этого правила тѣмъ легче, что въ *громадномъ большинствѣ случаёвъ* углы, измѣряемые съ помощію глазничныхъ иголъ, бываютъ ниже 30° и тогда прибавка на $\frac{1}{10}$ θ получается простымъ перенесеніемъ запятой. Но и въ остальныхъ случаяхъ приложеніе этого правила очень удобно и не требуетъ много времени. Что касается ошибокъ, могущихъ при этомъ представиться, то онѣ никогда не могутъ дойдти до $\frac{1}{10}$ градуса для угловъ отъ 0 до 30°; при углахъ 30—40 градусахъ ошибка бываетъ ниже одной трети градуса; отъ 40 до 60 градусовъ ошибка не доходитъ до полуградуса, т. е. всѣ ошибки не превышаютъ того предѣла погрѣшностей, который допустимъ въ краніометріи.

Правило прибавки даетъ намъ такимъ образомъ способъ коррекціи совершенно удовлетворительный и несравненно болѣе быстрый, чѣмъ формула коррекціи. Способъ этотъ вызываетъ при опредѣленіи угла α слѣдующіе пріемы:

1) Измѣрить на иглѣ длину синуса θ.
2) Отыскать на третьей таблицѣ величину θ по синусу θ.
3) Прибавить къ θ дробь прибавки.

Этотъ способъ, какъ видно, позволяетъ установить коррекцію безъ введенія тригонометрическихъ линій. Онъ прилагается къ самымъ угламъ, и такъ какъ тригонометрическая линейка дозволяетъ намъ прямое опредѣленіе величины θ, то мы можемъ окончательно упростить опредѣленіе угла α слѣдующимъ образомъ:

1) *Измѣрить непосредственно на иглѣ съ помощію тригонометрической линейки величину угла θ въ градусахъ.*

2. *Прибавлять къ ½ для измѣренія угловъ [illegible] прибавки.* Этотъ способъ приложимъ самымъ [illegible] образомъ и не требуетъ [illegible] и въ памяти ни геометрическихъ, ни тригонометрическихъ данныхъ, кои послужили его основаніемъ. [illegible] можно пользоваться, даже не зная этихъ фактовъ, такъ какъ они всѣ были устранены упрощеніями способа. Какъ ни удобно было изложеніе этого способа, мы считали нужнымъ однакоже сообщить здѣсь всѣ данныя о немъ для того, чтобы показать его точность.

Напомнимъ однакоже, что упрощенный способъ приложимъ только къ приматамъ, что иныя формулы тригонометріи необходимы при краніометрическомъ изученіи всѣхъ другихъ животныхъ и, наконецъ, что намъ самимъ пришлось установить эту формулу, такъ какъ ея нѣтъ въ руководствахъ къ тригонометріи.

§ 7. *Приложеніе общихъ тригонометрическихъ пріемовъ къ черепнымъ угламъ различнаго рода.*

Мы заимствовали у тригонометріи только самые элементарные пріемы ея, такъ какъ сложные и трудные способы не могли бы имѣть мѣста въ практической краніометріи. Тѣмъ не менѣе, тригонометрическій методъ, даже приведенный до самыхъ скромныхъ размѣровъ, можетъ имѣть многочисленныя приложенія. Посредствомъ его можно не только измѣрять всѣ углы, доступные гоніометру, но также большое число другихъ угловъ, кои безъ него вызывали бы употребленіе очень продолжительныхъ и требующихъ большихъ предосторожностей пріемовъ графическаго метода. Наконецъ, этотъ методъ даетъ возможность изучать много такихъ черепныхъ угловъ, кои еще не были изслѣдованы до настоящаго времени.

Я не могу имѣть намѣренія представлять здѣсь всѣ приложенія этихъ методовъ, кои были описаны выше, но считаю полезнымъ указать здѣсь по крайней мѣрѣ нѣкоторыя изъ такихъ приложеній, предоставляя каждому увеличивать число примѣровъ по своему усмотрѣнію.

1. *Измѣреніе [illegible] угла [illegible].* Уголъ расхожденія двухъ глазничныхъ осей (2 p) измѣряется съ помощью сектора [illegible] съ радіусомъ въ 100 миллиметровъ (третій способъ, описанный выше). Этотъ способъ, значительно упрощенный и требующій нѣсколько секундъ при употребленіи тригонометрической биниллиметрической линейки, тоже уже былъ описанъ выше и сущность его была резюмирована при концѣ описанія.

2. *Измѣреніе угловъ соединенныхъ* ([illegible]). Подъ этимъ общимъ названіемъ мы разумѣемъ тѣ многочисленные углы, кои служатъ для измѣренія степени наклоненія симметрическихъ плоскостей черепа къ глазничной плоскости.

Каждая плоскость, перпендикулярная къ срединной плоскости черепа, симметрична, каково бы при этомъ небыло ея направленіе по отношенію къ горизонту. Этотъ рядъ заключаетъ въ себѣ, между прочимъ, всѣ плоскости, болѣе или менѣе варьирующія и болѣе или менѣе приближающіяся къ горизонтальной, предложенныя какъ для опредѣленія положенія черепа въ горизонтальной плоскости, такъ и для установленія постоянной плоскости, служащей основаніемъ для различныхъ сравненій.

Чтобы дознать до какой степени эти плоскости (коихъ число было уже 15 въ 1873 г., но оно увеличилось съ того времени) заслуживаютъ того довѣрія, которое имъ приписывается, а также чтобы имѣть возможность избрать, *съ полнымъ сознаніемъ основаній*, ту изъ нихъ, которая должна имѣть преимущество, нужно имѣть возможность изучить ихъ въ двоякомъ отношеніи, а именно: какъ со стороны ихъ степени горизонтальности, такъ и постоянства положенія, а это достижимо только при опредѣленіи ихъ направленія по отношенію къ глазничной плоскости, такъ какъ она является и наиболѣе постоянною, и наиболѣе горизонтальною у черепа. Вотъ это то и придаетъ очень большое значеніе измѣренію угловъ соединенныхъ.

Существуютъ кромѣ того плоскости очень измѣнчивыя, но самая измѣнчивость ихъ указываетъ на отличительные признаки самаго высокаго интереса. Такова, напримѣръ, плоскость затылочнаго отверстія, коей наклоненіе измѣряется угломъ [illegible] ([illegible]).

Большая часть плоскостей, о коихъ идетъ рѣчь, приближаясь болѣе или менѣе къ горизонтальной, могутъ быть въ различныхъ индивидуальныхъ случаяхъ то параллельны глазничной плоскости, то пересѣкать ее спереди или сзади. Поэтому ихъ углы наклоненія бываютъ то положительными, то отрицательными.

Углы соединенные измѣряются всѣ на глазничной иглѣ съ помощью сектора съ радіусомъ въ 100 миллиметровъ (первый способъ, см. выше). Для этого помѣщаютъ черепъ на столѣ такъ, чтобы опредѣляемая плоскость была горизонтальною, и затѣмъ измѣряютъ уголъ иглы, дающій непосредственно чрезъ способъ прибавки уголъ наклоненія плоскости. Это измѣреніе всегда производится одинаковымъ образомъ, но способы установленія изучаемой плоскости въ горизонтальномъ направленіи измѣняются, смотря по свойству этой плоскости.

Для этого можно пользоваться различными краніостатами. Всѣ такіе инструменты имѣютъ центральную кубическую часть, на которую уставляютъ сосцевидные отростки черепа. Когда они находятся на одномъ уровнѣ, то всѣ поперечныя линіи черепа дѣлаются параллельными плоскости стола; далѣе устанавливается срединная плоскость черепа, и затѣмъ остается только наклонять черепъ къ переду или къ заду до тѣхъ поръ, пока исходныя точки (points de repère) изучаемой плоскости не лягутъ на одномъ горизонтальномъ уровнѣ. Такъ напримѣръ, если хотятъ огоризонталить плоскость Кампера, опредѣляемую центрами слуховыхъ отверстій и spina nasalis, то измѣряютъ любымъ образомъ высоту этихъ точекъ надъ столомъ, и если эти точки окажутся на равной высотѣ, то укрѣпляютъ черепъ въ этомъ положеніи.

Краніостаты снабжены горизонтальными мѣтками (fiches), съ помощію которыхъ легко опредѣляется высота нѣкоторыхъ точекъ. Высота другихъ точекъ опредѣляется или съ помощію обыкновенной линейки съ масштабомъ, или же двойною шкалою (equerre double) Топинара. Очень простой способъ, приложимый ко всѣмъ случаямъ, состоитъ въ томъ, чтобы употребить неподвижное колѣно раздвижнаго циркуля въ видѣ масштаба, для чего это колѣно придерживается рукою у стола, а другою рукою приводятъ подвижное колѣно этого циркуля на уровень точки, высоту коей желаютъ опредѣлить.

Установивъ въ горизонтальномъ положеніи плоскость,

можно укрѣпить черепъ въ данномъ положеніи, или подкладывая деревянные клинушки къ заднимъ краямъ затылочнаго отверстія, или же придвигая къ черепу острые стержни краніостата, или же какимъ либо другимъ способомъ.

Можно также установить черепъ на обыкновенный краніофоръ стереографа и наклонить его по желанію къ переду или къ заду съ помощію деревянныхъ клинушковъ, засовываемыхъ подъ подставку краніофора.

Остроумный краніофоръ снаряда Бенедикта дозволяетъ самымъ удобнымъ образомъ укрѣпить черепъ на всѣхъ градусахъ наклоненія, не измѣняя вертикальности срединной плоскости черепа.

Если затылочное отверстіе попорчено или если одинъ изъ сочленительныхъ отростковъ обломанъ, то слѣдуетъ инымъ способомъ устанавливать срединную плоскость. Въ такихъ случаяхъ уже не достаточно констатировать на одной только половинѣ черепа нахожденіе на одномъ уровнѣ взятыхъ исходныхъ точекъ; нужно дознать также кромѣ того, лежатъ ли точки правой стороны на одномъ уровнѣ съ точками лѣвой. Для подобной установки очень удобный способъ состоитъ въ томъ, что черепъ кладется на маленькую тарелочку, наполненную пескомъ или мелкою дробью. Эти вещества уступаютъ давленію руки, но черепъ затѣмъ сохраняетъ данное ему положеніе.

Въ томъ частномъ случаѣ, когда желаютъ огоризонталить линію затылочнаго отверстія, всѣ эти различные способы не приложимы. Одной линіи не достаточно для опредѣленія плоскости, но такъ какъ данная линія лежитъ въ срединной плоскости, то ею можетъ быть опредѣлена плоскость затылочнаго отверстія, если кромѣ того мы будемъ имѣть срединную плоскость черепа вертикальною. Это послѣднее условіе легко выполнимо, помѣщая оба затылочныя сочлененія на одномъ уровнѣ. Но въ такомъ случаѣ базіонъ и опистіонъ, составляющія двѣ исходныя точки затылочнаго отверстія; не будутъ уже болѣе доступны для измѣрительной линейки. Поэтому опредѣляютъ горизонтальность затылочной линіи съ помощію маленькой трехугольной деревянной призмы, которую кладутъ на подставку краніостата и на ребрѣ которой базіонъ и опистіонъ находятся въ неустойчивомъ равновѣсіи. Такъ какъ при этомъ затылочныя сочленительныя возвышенія будутъ лежать на нѣсколько миллиметровъ выше подставки, то подъ нихъ подставляютъ клинушекъ изъ дерева, простой сзади и раздѣленный спереди на двѣ симметрическія вѣтви. Этотъ способъ былъ описанъ болѣе подробно и изображенъ въ моемъ мемуарѣ о глазнично-затылочномъ углѣ (Revue d'Anthropologie 1877 г. стр. 411). Я считалъ полезнымъ цитировать его здѣсь вслѣдствіе важности этого угла, устанавливающаго между человѣкомъ и обезьяною столь большое и столь характеристичное различіе.

Горизонтальность плоскости затылочно-зубной (alveolo-condylien) достигается съ большею легкостію съ помощію особаго статива при стереографѣ, или же съ помощію краніофора Топинара, или же съ помощію краніостата, на которомъ особая мѣтка обозначаетъ уровень той подставки, на которой лежатъ сочленительные затылочные отростки. Достаточно подвести зубную (point alveolaire) точку къ этой мѣткѣ.

Когда изучаемая плоскость сдѣлана горизонтальною, измѣреніе угла наклоненія совершается быстро тѣмъ упрощеннымъ способомъ, который мы уже описали выше, но который считаемъ нелишнимъ привести и здѣсь.

a) Нужно замѣтить лежатъ ли штифтики A глазничной иглы выше или ниже конца O. Если они ниже, то уголъ будетъ положительный, если же выше, то отрицательный.

b) Нужно приставить тригонометрическую линейку къ той изъ этихъ двухъ точекъ, которая ниже, и помѣстить нуль дѣленія шкалы дугъ на уровнѣ этой точки.

c) Перенести линейку ко второй точкѣ и отсчитать на шкалѣ дугъ, на уровнѣ этой точки, градусъ, который и выразитъ величину θ, уголъ иглы.

d) Прибавить къ θ для полученія искомаго угла θ прибавку, данную на вышеприведенной таблицѣ. Эта прибавка почти неизмѣнно составитъ *одну десятую* θ, такъ какъ у человѣка согласничные углы превосходятъ 30^0 только въ исключительныхъ случаяхъ; но это не совершенно такъ у обезьянъ.

3. *Измѣрить уголъ, образуемый другъ съ другомъ двумя симметричными плоскостями черепа.*

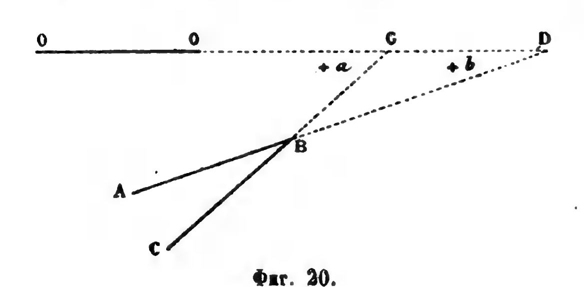
Опредѣляется для этого послѣдовательно уголъ, образуемый каждой изъ двухъ плоскостей съ глазничною плоскостію, и такимъ образомъ получается уголъ, образуемый ими другъ съ другомъ чрезъ сложеніе или вычитаніе обоихъ изъ этихъ угловъ.

Если оба согласничные угла имѣютъ одинъ знакъ, то ихъ вычитаютъ одинъ изъ другаго.

Если оба согласничные угла имѣютъ различные знаки, т. е. одинъ положительный, а другой отрицательный, то ихъ прибавляютъ одинъ къ другому.

Чтобы доказать это правило, представимъ себѣ черепъ приведенный проэкціею къ срединной плоскости, на которой наши плоскости (взятыя симметричными) будутъ представлены прямыми линіями.

Первый случай. Намъ нужно измѣрить (фиг. 20) наклоненіе плоскости AB къ плоскости BC, т. е. уголъ ABC. Оба согласничные угла этихъ двухъ плоскостей положительные, т. е. каждый изъ нихъ имѣетъ вершину лежащую сзади. Одинъ равенъ $+a$, другой $+b$.



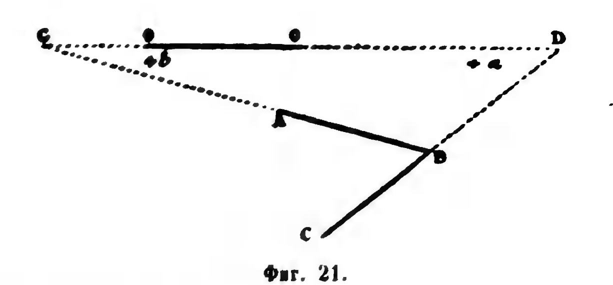
Фиг. 20.

Предположивъ глазничную линію OO продолжённою до встрѣчи съ двумя линіями AB и CB, мы получаемъ трехугольникъ BGD, въ которомъ уголъ GBD равенъ искомому углу ABC. Такъ какъ внѣшній уголъ OGB или a равенъ суммѣ двухъ внутреннихъ противулежащихъ, то $ABC=a-b$.

Если линія AB, хотя и менѣе наклоненная, чѣмъ другая, встрѣтила бы глазничную линію прежде линіи BC, то трехугольникъ BGD образовался бы надъ OD и результатъ былъ бы тотъ же самый.

Второй случай. Намъ нужно измѣрить (фиг. 21) уголъ ABC, образуемый двумя плоскостями AB и CB, коихъ согласничные углы обозначаются противуположными знаками. Уголъ плоскости CB имѣетъ вершину, обращенную къ заду и равенъ $+a$; уголъ плоскости AB, наоборотъ, имѣетъ вершину обращенную къ переду и равенъ $-b$. Искомый уголъ ABC есть внѣшній уголъ трехугольника GBD и онъ равенъ суммѣ двухъ внутреннихъ противуположныхъ, т. е. $ABC=a+b$.

Итакъ, два согласничные угла должны быть комбинированы чрезъ сложеніе, если они обозначаются различ-



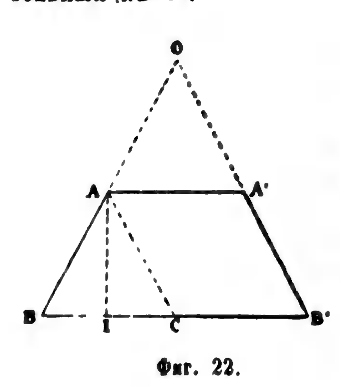
Фиг. 21.

ными знаками, и чрезъ вычитаніе, если имѣютъ одинъ и тотъ же знакъ.

4. Измѣрить углы и высоту симметрическихъ трапецій.

Каждыя двѣ боковыя и симметричныя черепныя линіи образуютъ симметрическую трапецію; поэтому существуетъ большое число симметрическихъ трапецій у черепа. Двѣ изъ наиболѣе важныхъ суть трапеціи внѣчерепныя или *лобнотемянныя*, ограниченныя двумя лобными буграми и двумя темянными, и трапеціи внутренночерепныя или *отоптическія*, ограниченныя двумя оптическими отверстіями и двумя внутренними слуховыми.

Собственно говоря въ каждой симметрической трапеціи требуется опредѣлить только одинъ уголъ, отъ коего зависятъ всѣ остальные. Это есть уголъ O (фиг. 22), образованный продолженіями двухъ наклонныхъ сторонъ трапеціи, ибо уголъ у основанія B есть половина дополнительнаго O, а другой уголъ A есть дополнительный къ B.



Фиг. 22.

Измѣряютъ непосредственно циркулемъ разстояніе AB и два основанія AA' и BB'. Если бы AB было равно 100 миллиметрамъ, то можно было бы употребить для опредѣленія угла третій способъ, или способъ синуса полуугла при постоянномъ радіусѣ. Половина разности двухъ основаній AJ даетъ тогда синусъ половины угла O. Но AB величина измѣняющаяся и потому нужно прилагать четвертый способъ, т. е. нужно привести AB къ величинѣ 100 миллиметровъ. Затѣмъ получаютъ соотношеніе $\frac{100\ BJ}{AB}$ и изъ этого соотношенія посредствомъ таблицы указателей получается синусъ $^1/_2\ O$ при радіусѣ въ 100 миллиметровъ. По третьей таблицѣ опредѣляется величина половины угла O или p, а слѣдовательно легко вычисляется и O, дающій уже возможность узнать величину и двухъ внутреннихъ угловъ трапеціи. Одною изъ существенныхъ сторонъ изученія симметрическихъ трапецій является опредѣленіе ихъ *площади*, требующее предварительнаго опредѣленія ихъ высотъ. Такъ какъ эта высота не можетъ быть измѣрена на самомъ черепѣ, то необходимо для этого построить треугольникъ на бумагѣ, что довольно продолжительно. Конечно можно вычислить высоту AJ по формулѣ квадрата гипотенузы $AJ=\sqrt{AB^2+BJ^2}$, но это вычисленіе, при коемъ два числа нужно возводить въ квадратъ и затѣмъ извлекать квадратный корень изъ ихъ разности, настолько же продолжительно, какъ и графическій способъ. Тригонометрическій методъ дозволяетъ опредѣлить величину AJ гораздо удобнѣйшимъ способомъ. Такъ треугольникъ BAJ даетъ намъ формулу $100\ AJ=AB\ \cos\ p$; мы знаемъ уже AB и $\sin\ p$, а вторая тригонометрическая таблица намъ даетъ косинусъ, соотвѣтствующій этому синусу. Поэтому остается только помножить величину $\cos\ p$, найденную по таблицѣ, на величину AB, чтобы получить 100 AJ, а затѣмъ простое измѣненіе мѣста запятой укажетъ величину AJ, т. е. высоту трапеціи. Этотъ способъ по крайней мѣрѣ вдвое быстрѣе, чѣмъ процессъ графическій и способъ квадратовъ.

5. Измѣрить темянной уголъ Катрфажа.

Этотъ уголъ можетъ быть измѣренъ съ помощію особаго гоніометра, придуманнаго Катрфажемъ для этого случая, но снарядъ этотъ очень сложенъ и имъ несовсѣмъ легко пользоваться, не говоря уже о томъ, что онъ имѣется только у очень незначительнаго числа наблюдателей. Можно замѣнить этотъ инструментъ двумя деревянными линейками, приложенными косвенно, подобно ножкамъ циркуля, къ двумъ сторонамъ черепа. Далѣе отмѣчаютъ, карандашемъ и съ каждой стороны, обѣ точки соприкосновенія линейки, кои и даютъ границы симметрической трапеціи, а уголъ расхожденія ея сторонъ и есть искомый темянной уголъ. Этотъ уголъ затѣмъ опредѣляется, какъ и въ предъидущемъ случаѣ.

Взявъ обѣ линейки равной длины и заставляя помощника держать ихъ на мѣстѣ въ симметрическомъ положеніи нѣсколько секундъ времени, можно очень удобно измѣрить темянной уголъ съ помощію биллиметрической тригонометрической линейки, подобно тому какъ измѣряется глазничный уголъ. Для этого требуется только, чтобы линейки были достаточно длинны и могли быть продолжены на 20 центиметровъ за темянную точку. Мѣтка, сдѣланная на разстояніи 20 центиметровъ отъ верхняго конца, прикладывается къ темянной точкѣ, а другая мѣтка, стоящая на 100 миллиметровъ отъ того же конца, замѣняетъ точки AA, глазничныхъ иголъ.

6. Измѣрить углы наклоненія линій профиля лицевой части (линій лицевыхъ, носовой, челюстной, ophryo-spinalis, челюстной etc).

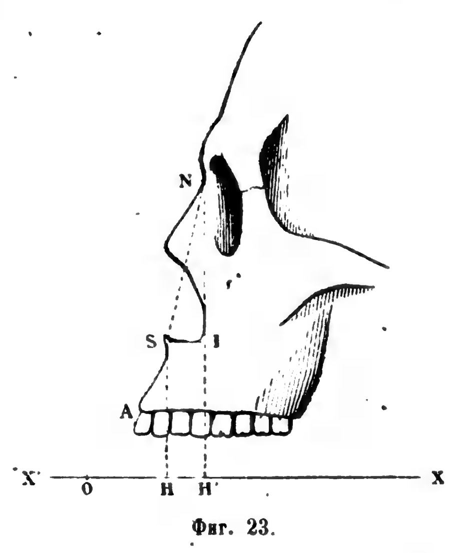
Линіи профиля суть тѣ, кои проводятся отъ какой либо точки периферіи срединной плоскости черепа къ другой точкѣ той же периферіи. Поэтому всѣ эти точки лежатъ въ срединной плоскости. Наиболѣе любопытными суть линіи лицевой области, и изъ нихъ пользуется наибольшею извѣстностью лицевая линія Кампера, проведенная отъ надпереносья (glabella) къ челюстной точкѣ (point alveolaire). Жакаръ (не замѣтивъ самъ различія) замѣнилъ ее линіею, кончающеюся у spina nasalis. Обыкновенные лицевые гоніометры съ боковымъ кругомъ измѣряютъ наклоненіе линіи Жакара къ плоскости auriculo-spinalis или къ плоскости Кампера. Но всѣ эти углы даютъ точное опредѣленіе направленія лицевыхъ линій только при томъ условіи, если плоскость auriculo-spinalis, къ коей ихъ относятъ, совершенно постоянна и горизонтальна, а всѣ убѣждены въ настоящее время, что эта плоскость не представляетъ ни того, ни другаго условія. Поэтому является необходимымъ имѣть возможность опредѣлить наклоненіе различныхъ линій профиля лица по отношенію другихъ черепныхъ плоскостей. Это достигается очень удобно съ помощію тригонометрическаго метода, позволяющаго кромѣ того изучить направленіе болѣе част-

ныхъ линій профиля, каковы, напримѣръ, челюстная (alveolaire) AS (фиг. 23), проводимая отъ челюстной точки къ точкѣ подносовой или spina nasalis, носовая NS, идущая отъ челюстной точки къ основанію носа или надносовой точкѣ и т. д.

Чтобы прибѣгнуть къ этому методу, нужно начать съ установки черепа на краніостатѣ такъ, чтобы опредѣляющая плоскость черепа была горизонтальною. Если за таковую плоскость будетъ принята глазничная, то тогда нужно направить черепъ такъ, чтобы глазничные углы были горизонтальны; если это будетъ плоскость челюстно-затылочная (alveolo-condylien), то нужно, чтобы затылочныя сочлененія и челюстная точка были на одномъ и томъ же уровнѣ.

Сдѣлавши опредѣляющую плоскость горизонтальною, можно опредѣлить тригонометрически наклоненіе любой линіи профиля двумя способами, приложимыми ко всѣмъ случаямъ, а именно: способомъ синуса при измѣнчивомъ радіусѣ (2-й способъ) и способомъ котангенса (6-й способъ).

Предположимъ, что мы хотимъ измѣрить наклоненіе линіи NS по отношенію къ плоскости доски (XX' фиг. 23). Эта доска должна быть снабжена миллиметрическими дѣленіями. Если нѣтъ подъ рукою доски съ масштабомъ, то можно замѣнить ее приклеиваніемъ къ столу ленты изъ бумаги съ миллиметрическими дѣленіями.



Фиг. 23.

1. Способъ синуса. Я измѣряю циркулемъ линію NS и получаю ее, положимъ, равною a миллиметровъ. Опускаю затѣмъ на доску или столъ, съ помощію двойной линейки (double equerre) Топинара или же какимъ либо другимъ способомъ проэкціи, два перпендикуляра SH и NH' и отсчитываю на шкалѣ доски разстояніе между H и H'. Наиболѣе удобно отсчитывать, начиная отъ нуля шкалы, лежащаго у O, оба разстоянія HO' и OH и опредѣлять ихъ разность. Назовемъ b эту разность HH', выраженную въ миллиметрахъ. Она равна линіи SJ, составляющей основаніе прямоугольнаго треугольника NJS, у коего уголъ NSJ или φ требуется измѣрить. Принимая NS за радіусъ, линія SJ или HH', или b, будетъ косинусъ угла φ, а потому.

$$\cos\,\varphi = 100\ \frac{b}{a}$$

Соотношеніе $100\,\frac{b}{a}$ вычисляется съ помощію *таблицы координатъ.* Зная такимъ образомъ cos φ, можно уже найдти величину искомаго угла φ на третьей тригонометрической таблицѣ или таблицѣ синусовъ (3-ій столбецъ).

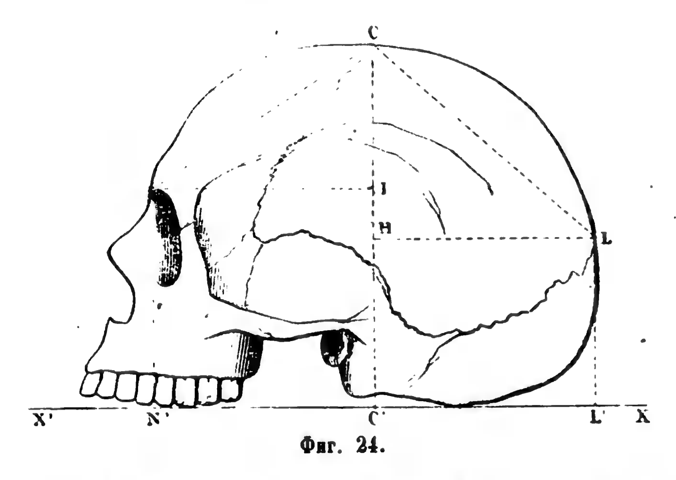
Можно вмѣсто cos φ, опредѣлить синусъ φ съ помощію NJ, взявъ разность двухъ высотъ NH' и SH, что очень нетрудно. Обозначая чрезъ h эту разность NJ, получаемъ:

$$\sin\,\varphi = 100 \times \frac{h}{a}.$$

Чтобы избѣгнуть дѣленія $\frac{h}{a}$ нужно было бы придать значительный объемъ таблицѣ координатъ, увеличивая по крайней мѣрѣ до 80 миллиметровъ серію числителей. Поэтому удобнѣе было прибѣгнуть къ косинусу, который всегда гораздо меньше синуса угла наклоненія лицевыхъ линій, превосходящихъ 45°. Тѣже основанія заставляютъ предпочитать котангенсъ тангенсу при слѣдующемъ способѣ.

2. *Способъ котангенса* (таже фиг. 23). Здѣсь нѣтъ надобности измѣрять циркулемъ линію NS. Какъ и въ предъидущемъ случаѣ измѣряютъ разностью обѣ линіи SJ и NJ или h. Затѣмъ берутъ соотношеніе $100\,\frac{b}{h}$, которое составляетъ формулу тангенса вершиннаго угла SNJ, и слѣдовательно котангенсъ угла при основаніи NSJ или φ. Зная cot φ можно найдти на четвертой тригонометрической таблицѣ величину φ (3-й столбецъ).

7. *Измѣрить углы профиля черепной области.* Эти углы образуются пересѣченіемъ среднихъ хордъ (хорды *метопической, сагиттальной, затылочной* и т. д.). Достаточно взять одинъ примѣръ для уясненія той цѣли, которую имѣетъ настоящій параграфъ. Предположимъ, что мы хотимъ измѣрить уголъ лобнотемянной (fronto-parietal), образуемый двумя хордами NC и LC, проведенными изъ брегмы C. NC есть хорда метопическая, а CL хорда саггитальная.

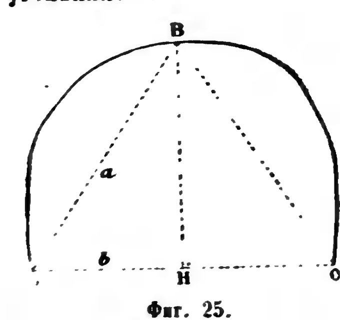


Фиг. 24.

Ставимъ на подставку черепъ и затѣмъ, предполагая опущенными перпендикуляры NN', CC', LL', измѣряемъ, подобно тому, какъ въ предъидущемъ случаѣ, уголъ NCJ воображаемаго прямоугольнаго треугольника NJC, а затѣмъ уголъ HCL —другаго воображаемаго треугольника CHL. Сложеніе этихъ двухъ угловъ даетъ уголъ NCL. Смотря по тому больше или меньше ордината CJ, чѣмъ абсцисса NJ, мы выбираемъ для опредѣленія угла косинусъ или синусъ, тангенсъ или котангенсъ.

8. *Измѣрить углы расхожденія симметрическихъ хордъ.* Эти углы имѣютъ свои вершины на срединной линіи, а стороны ихъ проходятъ чрезъ боковыя симметрическія точки. Наиболѣе интересны изъ нихъ тѣ, кои

проходятъ съ каждой стороны надъ внѣшнимъ слуховымъ отверстіемъ и кои, слѣдовательно, опираются на ушную линію (ligne biauriculaire) (фиг. 25). Обѣ симметрическія хорды, ограничивающія уголъ, образуютъ такимъ образомъ съ этою линіею равнобедренный треугольникъ OIO'.



Фиг. 25.

Предположимъ, что мы желаемъ измѣрить уголъ, лежащій между брегматическими хордами OB и $O'B$. Измѣряемъ съ помощію толстотнаго циркуля длину хорды брегмо-ушной (auriculo-bregmatique) $OB=a$, а затѣмъ длину ушной оси или линіи $OO'=2b$; эту послѣднюю раздѣлимъ на 2, чтобы получить $OH=b$. Взявъ соотношеніе $100\frac{a}{b}$, мы получаемъ величину, соотвѣтствующую синусу угла OBH и по третьей таблицѣ вычисляемъ уголъ OBH, составляющій половину угла OBO'.

Этотъ пріемъ есть только частный случай способа синуса полуугла съ измѣняющимся радіусомъ (четвертый способъ) и онъ приложимъ ко всѣмъ угламъ расхожденія симметрическихъ хордъ, оканчивающихся или у слуховаго отверстія, или же у какихъ либо иныхъ двухъ симметрическихъ точекъ, каковы птеріонъ, стефаніонъ, астеріонъ и др. Онъ дозволяетъ измѣрить уголъ, образуемый двумя вѣтвями вѣнечнаго шва и затылочнаго шва, и двумя половинами зубной дуги и прочее.

Мы указали нѣкоторое число случаевъ приложенія пріемовъ тригонометрическаго метода, но мы далеко не исчерпали ихъ всѣхъ. Мы имѣли цѣлію въ предъидущемъ показать на примѣрахъ разнообразіе и пользу той помощи, которую доставляетъ краніологу этотъ методъ. Кто приметъ на себя трудъ усвоить основанія этого метода, тотъ получитъ для себя средство къ изслѣдованіямъ, съ помощію котораго возможно опредѣленіе абсолютнаго или относительнаго направленія каждой линіи и каждой плоскости черепа, требующей изученія, и притомъ удовлетворительный даже тогда, когда наблюдатель не имѣетъ въ своемъ распоряженіи никакихъ другихъ инструментовъ, кромѣ двухъ линеекъ съ дѣленіями, и никакихъ вспомогательныхъ средствъ, кромѣ обыкновенныхъ тригонометрическихъ таблицъ. Орбитостатъ можетъ быть замѣненъ кускомъ картона, снабженнаго центральнымъ отверстіемъ; глазничныя иглы замѣняются удобно чулочными иглами, на которыхъ дѣлаютъ мѣтку перомъ; шкала простою линейкою съ наклеенною на края ея полосою бумаги съ дѣленіями. Тригонометрическая линейка, тригонометрическая шкала (equerre), таблица координатъ, тригонометрическія таблицы суть только способы упрощенія и способъ съэкономизировать время. Съ помощію ихъ тригонометрическія измѣренія совершаются такъ быстро, какъ рѣдко достигается это при употребленіи гоніометровъ; но, конечно, можно и не прибѣгать къ этимъ пріемамъ, если имѣешь достаточно времени въ своемъ распоряженіи.

Поэтому методъ тригонометрическій долженъ занять мѣсто на ряду съ другими общими методами краніометріи. При случаѣ онъ можетъ замѣнить гоніометръ, но если какой либо уголъ можетъ быть легко и удобно измѣренъ гоніометромъ *простаго* устройства, то нужно отдавать предпочтеніе этому послѣднему снаряду. Впрочемъ только очень небольшое число черепныхъ угловъ можетъ быть прямо измѣрено гоніометромъ, тогда какъ число приложеній тригонометрическаго метода неограниченно, какъ нѣтъ предѣла пытливости изслѣдователя.

Между этими приложеніями мы видимъ нѣкоторыя, которыя еще не были изучены или коихъ польза еще сомнительна; но за то существуютъ другія, бывшія предметомъ спеціальныхъ изслѣдованій и результаты коихъ признаны существенными. Всѣ вычисленія, относящіяся къ этимъ послѣднимъ, какъ по отношенію соотношеній косинуса къ синусу, такъ и для приведенія радіуса къ 100 миллиметрамъ, внесены въ таблицы координатъ, у коихъ рядъ числителей идетъ отъ 1 до 35, а знаменателей отъ 1 до 100.

Лица, могущія имѣть надобность для своихъ спеціальныхъ изслѣдованій въ иныхъ приложеніяхъ излагаемаго метода и въ болѣе обширныхъ таблицахъ, легко сами дополнятъ предложенныя нами.

§ 8. Приложенія къ таблицамъ.

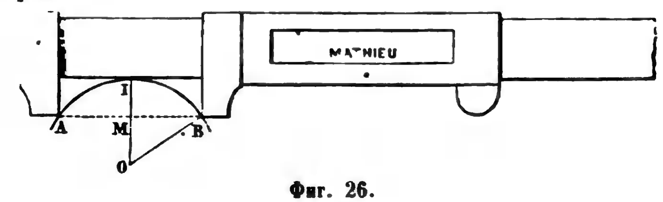
За тригонометрическими таблицами мы помѣстили нѣсколько другихъ, о коихъ мы выскажемъ только нѣсколько общихъ замѣчаній, за исключеніемъ таблицы ректификаціи эллипсиса требующей болѣе подробныхъ разъясненій.

1. *Описательныя числа* (numeros descriptifs).

Таблица описательныхъ чиселъ уже была издана при «Краніометрическихъ инструкціяхъ» Парижскаго Антропологическаго Общества. Эти нумера даютъ возможность обозначать условными числами степень развитія или состояніе нѣкоторыхъ признаковъ, каковы напримѣръ степень выпуклости надпереносья, затылочнаго возвышенія (inion), степень сложности швовъ и мѣру ихъ заростанія и т. д. Эти нумера, за исключеніемъ только относящихся къ Ворміевымъ косточкамъ, распредѣлены такъ, что промежутки каждаго члена между maximum и minimum почти равны. Поэтому числа эти могутъ служить, если не къ полученію настоящихъ среднихъ чиселъ, то по крайней мѣрѣ приблизительныхъ среднихъ результатовъ.

2. *Циклометръ*.

Эта таблица касается опредѣленія радіусовъ кривизны на различныхъ точкахъ черепа съ помощію циклометра. Извѣстно, что степень кривизны какой либо дуги въ извѣстной данной точкѣ опредѣляется радіусомъ кривизны касательнаго круга, почти совершенно сливающагося *непосредственно у изслѣдуемой точки* съ дугою черепа.



Фиг. 26.

Циклометръ даетъ радіусъ кривизны такаго касательнаго круга. Онъ имѣетъ видъ раздвижнаго циркуля (фиг. 26), коего перпендикулярныя ножки, совершенно равныя другъ другу, образуютъ на одномъ изъ краевъ поперечнаго колѣна выступъ въ 5 миллиметровъ, а на другомъ выступаютъ только на 1 миллиметръ. Ножки, коихъ

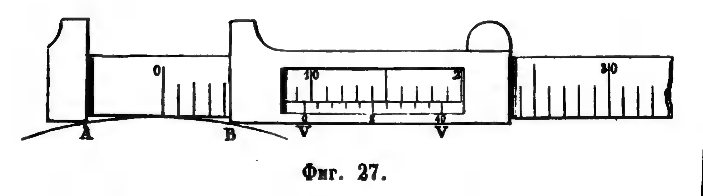
высота имѣетъ 5 миллиметровъ, служатъ только для совершенно спеціальныхъ исключительныхъ случаевъ, коия указалъ въ моемъ мемуарѣ о *циклометрѣ* (Bulletins de la Société d'Anthropologie, 1874 г. стр. 685). Почти всегда употребляютъ только ножки одного миллиметра длины, но чтобы облегчить объясненіе употребленія циклометра, мы представили сначала (фиг. 26) случай, при коемъ пользуются ножками въ 5 миллиметровъ.

Два конца A и B ножекъ циклометра раздвигаются такъ, чтобы они уперлись въ кривую AJB, а край поперечной пластинки коснулся кривой въ одной точки J, которая, если кривая есть кругъ, будетъ лежать по срединѣ дуги AJB. *Высоту* параллельныхъ ножекъ циркуля, имѣющихъ у насъ 5 мм., назовемъ a, *раздвигъ* же ножекъ AB, равный хордѣ дуги AB, пусть будетъ $2\,n$. Изъ этихъ двухъ величинъ, одна MJ или a неизмѣняется и потому постоянна; другая AB или $2\,n$ измѣняется смотря по степени кривизны дуги AB, но ее можно измѣрить на нашемъ циклометрѣ. Такимъ образомъ у насъ извѣстны a и $2\,n$, половина коей будетъ n; съ помощію этихъ двухъ элементовъ мы можемъ найдти величину радіуса кривизны r.

Предположимъ, что центръ нашего круга будетъ въ O и проведемъ два радіуса OB и OJ. Этотъ послѣдній пересѣкаетъ хорду въ M, и тогда изъ прямоугольнаго трехугольника OMB мы имѣемъ $OB^2 = OM^2 + MB^2$ (1). $OB = r$, а $MB = \frac{1}{2}\,BA = n$ и $OM = OJ - JM$. Такъ какъ JM равна высотѣ a, то у насъ $OM = r - a$. Замѣняя въ уравненіи (1) величины линій, мы получимъ $r^2 = (r - a)^2 + n^2$, откуда $r^2 = r^2 - 2ar + a^2 + n^2$ или $r = \frac{a^2 + n^2}{2\,a}$ (2).

Такимъ образомъ зная a и n, мы легко получимъ r, т. е. искомую кривизну.

Величина n, т. е. половина раздвига AB, отсчитывается на горизонтальной пластинкѣ циклометра, снабженной дѣленіями. Если дѣленія миллиметрическія, то нужно раздѣлить на 2 величину раздвига, чтобы получить n. Для избѣжанія этого дѣленія на пластинкѣ поставлены подраздѣленія въ два миллиметра и потому результатъ дѣленія на 2 указывается самимъ снарядомъ. Такъ, если раздвигъ будетъ въ 26 миллиметровъ, то на дѣленіяхъ мы получимъ 13, т. е. величину n. Такъ какъ, не рискуя впасть въ серьозную ошибку, нельзя не обращать, при опредѣленіи величины n, вниманія на доли миллиметра, то подвижная ножка циклометра несетъ ноніусъ указывающій десятыя доли миллиметра (фиг. 27). Поэтому числа отсчитываются не у точки B, но отъ нуля ноніуса: вотъ почему нуль биллиметрической шкалы не поставленъ на снарядѣ въ A, а на нѣкоторомъ разстояніи отъ A, равномъ пространству, отдѣляющему точку B отъ нуля ноніуса.



Фиг. 27.

Понятно, что на одной и той же дугѣ, раздвигъ будетъ тѣмъ больше, чѣмъ больше высота самихъ ножекъ циклометра. Если взятая кривая есть кругъ, то не только не было бы вредно, но даже полезно, чтобы раздвигъ былъ значителенъ. Но на черепѣ, на коемъ кривыя не суть круги и у коего радіусъ кривизны измѣняется постоянно, только очень маленькія кривизны могутъ быть разсматриваемы, какъ дуги круга. Вотъ почему ножкамъ и дана высота въ 1 мм., какъ это видно на фиг. 27

Эту высоту въ 1 мм. мы условились называть a; поэтому наша формула (2) принимаетъ слѣдующій видъ:

$$r = \frac{1 + n^2}{2}.$$

Если же беремъ ножки въ 5 миллимметровъ, то имѣемъ ту же формулу въ такомъ видѣ:

$$r = \frac{25 + n^2}{10}$$

Эти формулы, хотя и очень просты, но все таки требуютъ возведенія величины въ квадратъ, а это трудъ, въ особенности если число дробное. Чтобы избѣгнуть этихъ вычисленій мы и составили двѣ таблицы для циклометра, одну для $a = 1$, а другую $a = 5$. Столбецъ разностей даетъ величины, соотвѣтствующія дробямъ n, послѣ очень несложнаго вычисленія, примѣръ коего мы уже представили по случаю объясненія тригонометрическихъ линій въ ихъ дробныхъ выраженіяхъ.

Циклометръ есть только видоизмѣненіе снаряда, извѣстнаго въ практикѣ подъ названіемъ, не вполнѣ точнымъ, *логариѳмическаго циркуля*. Циркуль этотъ служитъ въ особенности при постройкѣ сводовъ и имѣетъ назначеніемъ измѣрять радіусъ круга на деревянной или каменной дугѣ. Чѣмъ длиннѣе дуга, захватываемая инструментомъ, тѣмъ легче опредѣленіе радіуса съ помощію этого инструмента; поэтому ножкамъ его даютъ длину въ 1 центиметръ высоты, а раздвигъ дѣлается настолько великъ, чтобы на немъ можно было вписать, именно на горизонтальномъ стержнѣ циркуля, особую шкалу, дающую мастеровымъ непосредственно, не величину раздвига, а самый радіусъ кривизны. Въ краніометріи, гдѣ показанія должны имѣть иную степень точности, такой инструментъ велъ бы къ большимъ ошибкамъ, и если я указываю па него то только для того, чтобы кто нибудь не вздумалъ воспользоваться имъ при краніометрическихъ изслѣдованіяхъ.

3. *Превращеніе мѣръ*. Метрическая система въ настоящее время усвоена антропологами всѣхъ странъ, за исключеніемъ тѣхъ, въ коихъ господствуетъ англійскій языкъ; но и это ограниченіе употребленія метрической системы повидимому начинаетъ измѣняться, по крайней мѣрѣ по отношенію Сѣверо-Американскихъ Штатовъ, такъ какъ въ послѣдніе года антропологи этихъ Штатовъ не издаютъ болѣе своихъ измѣреній по англійской системѣ безъ того, чтобы во второмъ столбцѣ не указать соотвѣтствующее число по метрической системѣ. Англійскіе антропологи сдѣлали бы хорошо, если бы по крайней мѣрѣ усвоили этотъ обычай. Было бы вполнѣ цѣлесообразно съ ихъ стороны показать своей странѣ, что она уже достаточно долго сопротивляется современной метрологіи и что настало уже время выдти ей изъ того обособленія, къ которому приковываетъ ее вѣрность національнымъ мѣрамъ. Употребленіе измѣреній, выраженныхъ въ сложной формѣ, на столько непріятно и затруднительно даже для самихъ англичанъ, что многіе изъ нихъ, но не всѣ, поняли необходимость отбросить разнообразіе мѣръ одного и того же рода и взять для всѣхъ измѣреній одно, именно длину дюйма, измѣряя всѣ объемы кубическими дюймами, а высшій вѣсъ унцами, и употребляя дробныя числа дюйма вмѣсто линій, драхмъ и грамовъ. Къ несчастію одни при этомъ употребляютъ десятичныя дроби, другіе придерживаются другой системы ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$), а наконецъ третьи

даютъ дробямъ еще большую сложность. Это составляетъ уже большое неудобство, но существуетъ еще большее по отношенію вѣса, такъ какъ у англичанъ имѣется два унца, одинъ (once troy), вѣсящій 31,103 грам. и другой (once avoir du—poids), вѣсящій только 28,349 грам. Оба эти вѣса въ одинаковомъ употребленіи и весьма нерѣдко пользуются ими, не выясняя къ какому изъ двухъ способовъ прибѣгаютъ. Оцѣнка краніометрическихъ результатовъ, издаваемыхъ въ столь различной формѣ, и ихъ сравненіе дѣлаются при такихъ условіяхъ очень затруднительными для не англичанъ, для лицъ не принадлежащихъ къ англійской школѣ. Поэтому мы составили таблицу, въ которой представили превращеніе англійскихъ мѣръ въ метрическія.

Вмѣсто того, чтобы опредѣлять вмѣстимость черепа чрезъ наполненіе его дробью или другимъ матеріаломъ и послѣдующей кубаціи, нѣкоторые наполняютъ черепа однороднымъ какимъ либо веществомъ и затѣмъ послѣдовательно взвѣшиваютъ ихъ въ пустомъ и наполненномъ состояніи. Этотъ способъ очень неудовлетворителенъ и я бы не совѣтовалъ никому прибѣгать къ нему; но въ крайнемъ случаѣ, если онъ приложенъ совершенно одинакимъ образомъ ко всѣмъ изслѣдуемымъ черепамъ и притомъ опытнымъ изслѣдователемъ, то онъ можетъ дать результаты, могущіе быть съ пользою сравниваемы другъ съ другомъ. Одна изъ самыхъ богатыхъ коллекцій цѣлаго свѣта, именно коллекція Бернара Дэвиса, измѣрена была чрезъ наполненіе череповъ пескомъ и затѣмъ взвѣшиваніе и результаты этого замѣчательнаго ученаго были изданы въ его Thesaurus craniorum, сочиненіи первокласномъ и важномъ, къ коему постоянно прибѣгаютъ антропологи всѣхъ странъ. Бернаръ Дэвисъ постоянно употреблялъ высушенный песокъ изъ Кале, коего удѣльный вѣсъ былъ вычисленъ имъ въ 1425, если вѣсъ воды 1000. Поэтому возможно превратить въ объемы тѣ вѣсовыя измѣренія, кои имъ изданы въ унцахъ (onces avoir-du-poids). Вычисленіе, весьма легкое, дозволяетъ дознать, что такой унцъ песку соотвѣтствуетъ 19,89 кубическихъ центиметровъ. Поэтому для облегченія пользованія числами, данными знаменитымъ англійскимъ антропологомъ, мы даемъ таблицу, дѣлающую возможнымъ обращеніе его унцевъ песку въ кубическіе центиметры.

Удѣльный вѣсъ растительныхъ зеренъ гораздо измѣнчивѣе удѣльнаго вѣса песку; поэтому мы не можемъ превратить въ объемы тѣ измѣренія объема черепа, кои дѣлаемы были напримѣръ съ помощію проса нѣкоторыми учеными, и въ особенности Тидеманомъ, издавшемъ въ 1838 г. обширныя таблицы, относящіяся къ черепамъ различныхъ племенъ. Это сочиненіе, такъ многократно цитированное и въ которомъ Тидеманъ старается доказать, что вмѣстимость черепа негра равна вмѣстимости черепа европейца, убѣждаетъ именно въ противномъ, и легко доказать, разбирая эти таблицы, что Тидеманъ въ этомъ случаѣ сдѣлался жертвою самыхъ грубыхъ ариѳметическихъ ошибокъ. Извиненіемъ ему можетъ служить то, что онъ выражалъ вѣсъ своихъ измѣреній съ помощію проса въ унцахъ, драхмахъ и гранахъ по Нюренбергскому медицинскому фунту, такъ что приведеніе къ сравненію полученныхъ имъ столбцевъ цифръ было настолько сложно и вычисленія столь обширны, что они то его и погубили. Собранный Тидеманомъ матеріалъ однако же очень поучителенъ для изученія; поэтому желая облегчить это изученіе, составляющее интересную страницу въ исторіи антропологіи, я и составилъ таблицу, дозволяющую перевести въ граммы Нюренбергскій медицинсній вѣсъ. Эта таблица можетъ также служить пособіемъ для изученія тѣхъ нѣмецкихъ сочиненій, кои изданы до введенія метрической системы. Къ ней мы присоединили и таблицу для приведенія старыхъ французскихъ мѣръ къ новымъ.

4. *Множители и подъмножители* π. (Les multiples et les sousmultiples de π.)

Эта небольшая таблица служитъ для вычисленія площадей, ограничиваемыхъ кривыми черепа или головы, и въ особенности описываемыхъ окружностями, такъ называемыми горизонтальными, принимая ихъ за болѣе или менѣе аналогичныя элипсису, построенному на тѣхъ же діаметрахъ. Та же таблица вмѣстѣ съ послѣдующей служитъ для вычисленія объемовъ.

5. *Таблица ректификаціи элипсиса.*

Послѣдняя заключительная таблица эта относится главнымъ образомъ къ вычисленію объема черепнаго свода и головнаго свода (calote crânienne et calote cephalique), разсматриваемыхъ за тѣла болѣе или менѣе аналогичные полуэллипсоиду. Она даетъ соотношеніе, существующее у эллипсисовъ различныхъ формъ, между окружностію и двумя осями.

Краніометрическія и кефалометрическія изслѣдованія, основанныя на свойствахъ эллипсиса и эллипсоида, требуютъ въ сущности очень простыхъ, даже элементарныхъ ариѳметическихъ вычисленій. Мы могли бы просто указать ихъ здѣсь, но такъ какъ этотъ методъ очень спеціаленъ, то считаемъ полезнымъ изложить и самыя основанія его, чтобы выяснить его значеніе и приложеніе. Это составитъ предметъ нашего послѣдняго параграфа.

§ 9. *Употребленіе эллипсиса и эллипсоида въ кефалометріи и краніометріи.*

1. *А. Предварительныя свѣдѣнія.* Не нужно быть знакомому спеціально съ математикою, чтобы знать о томъ, что эллипсисъ есть кривая симметрическая по отношенію двухъ осей ея, перпендикулярныхъ другъ къ другу. Мѣсто пересѣченія этихъ двухъ осей называется *центромъ.* Смотря по тому, на сколько оси неравны другъ съ другомъ, эллипсисъ является болѣе или менѣе удлиненнымъ. Оба конца большой оси называются вершинами. Кругъ есть тотъ же эллипсисъ, но только неимѣющій вершинъ и представляющій обѣ оси равной величины. На большой оси эллипсиса, на равномъ разстояніи отъ центра, лежатъ двѣ точки, называемыя *фокусами*, а разстояніе между ними носитъ названіе *экцентрицитета.* Чѣмъ экцентрицитетъ больше, тѣмъ болѣе удлинняется эллипсисъ и тѣмъ болѣе онъ отклоняется отъ формы круга, и наоборотъ: чѣмъ онъ будетъ меньше, тѣмъ болѣе эллипсисъ будетъ приближаться къ кругу. Въ кругѣ экцентрицитетъ равенъ нулю, а оба фокуса сливаются въ центрѣ.

Большая ось называется $2a$, малая ось обыкновенно обозначается чрезъ $2b$, но иногда мы будемъ поставлены въ необходимость обозначать ее $2d$ и $2e$ для того, чтобы избѣгнуть смѣшенія различныхъ черепныхъ эллипсисовъ, имѣющихъ одну и ту же большую ось. Экцентрицитетъ обозначается чрезъ $2c$ и стоитъ въ соотношеніи съ двумя осями по формулѣ $C=\sqrt{a^2-b^2}$

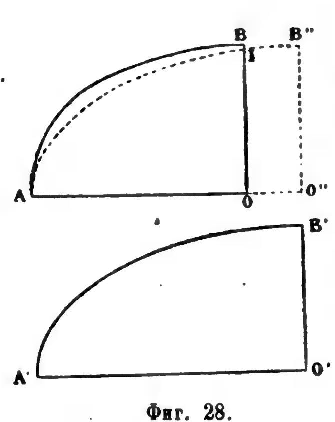
B. Площадь эллипсиса равна произведенію его двухъ осей, помноженному на π, т. е. на 3,14159....., т. е. площадь эллипсиса $=\pi ab$.

C. Всякая линія, соединяющая какія либо двѣ точки эллипсиса, есть *хорда*. Хорды, проходящія чрезъ центръ, суть *діаметры*. Большая ось есть наибольшая изъ хордъ, а малая наименьшая изъ нихъ. Всѣ хорды, параллельныя какой либо оси, уменьшаются по мѣрѣ удаленія отъ этой оси, поэтому полуось больше всякой полухорды, параллельной ей.

D. Два эллипсиса E и E' *подобны* другъ другу, если ихъ оси, или полуоси, пропорціональны другъ другу, какъ напримѣръ $a:b::a':b'$. Всѣ гомологическія линіи, хорды, діаметры, радіусы и проч., проведенныя въ двухъ подобныхъ эллипсисахъ, равно какъ и ихъ гомологическія дуги и окружности, пропорціональны своимъ осямъ. Ихъ площади и ихъ секторы пропорціанальны произведенію ихъ обѣихъ осей.

E. Мы назовемъ эллипсисами *синаксическими* тѣ изъ нихъ, кои хотя имѣютъ одну ось общую, но отличаются другъ отъ друга величиною этой оси. Мы часто будемъ имѣть случай сравнивать другъ съ другомъ синаксическіе эллипсисы, поэтому не лишнимъ будетъ указать какимъ образомъ варьяціи одной оси, при постоянствѣ другой, могутъ вліять на форму эллипсиса.

При сравненіи двухъ синаксическихъ эллипсисовъ, мы условимся называть *шириною* измѣреніе, соотвѣтствующее общей оси, а *длиною* измѣреніе, соотвѣтствующее измѣняющейся оси, не останавливаясь нисколько на относительной длинѣ двухъ осей каждаго изъ этихъ эллипсисовъ. Поэтому намъ слѣдуетъ разсмотрѣть, какъ варьируютъ формы эллипсиса одинакой ширины и неравной длины.



Фиг. 28.

Возьмемъ (фиг. 28) два эллипсиса или, для простоты, двѣ четвертыхъ части синаксическихъ эллипсисовъ AOB и $A'O'B'$, имѣющихъ центръ въ O и O'; ширина ихъ равна, т. е. $OB=O'B'$, но полуось AO, составляющая половину длины перваго эллипсиса, гораздо менѣе $A'O'$, т. е. полуоси втораго эллипсиса.

Если мы наложимъ вторую фигуру на первую, такъ что A' падетъ на A и $A'O'$ на AO, то центръ O' падетъ на O'', т. е. справа центра O, а также B помѣстится въ B'' справа отъ точки B и на одномъ уровнѣ съ нею, такъ какъ $OB=O'B'$. Двѣ дуги AB и AB'', не могущія совпасть, образуютъ между собою отрѣзокъ (lunule) BAJ и этотъ отрѣзокъ долженъ лечь внутри дуги AB.

Мы знаемъ уже, что $O'B''$, будучи полуосью, потому самому будетъ больше всякой параллельной ей полухорды (см. выше C). Точка J, въ которой дуга AB'' пересѣкаетъ BO, должна лечь ниже B, такъ какъ JO должна быть меньше $O''B''$, а слѣдовательно и менѣе OB. Такъ какъ точка J лежитъ ниже B, то и дуга AJ должна пройдти ниже дуги AB. *Отрѣзокъ лежитъ, слѣдовательно, внутри болѣе короткаго эллипсиса и внѣ эллипсиса болѣе длиннаго.*

F. *Эллипсоидъ вращенія* есть тѣло образуемое вращеніемъ эллипсиса около одной изъ своихъ осей. Предметомъ нашего изученія будетъ только *эллипсоидъ вращенія удлиненный*, происходящій отъ вращенія эллипсиса около своей длинной или большой оси. Его объемъ равенъ $\frac{4}{3}\pi ab^2$, т. е. двумъ третямъ большой оси помноженнымъ на кругъ πb^2, имѣющій радіусомъ малую ось эллипсиса производящаго (ellipse génératrice)

Всѣ сѣченія, проведенныя чрезъ эллипсоидъ вращенія перпендикулярно его большой оси, суть круги. Если предположимъ, что каждый изъ этихъ круговъ принялъ форму эллипсиса, то тѣло уже не будетъ эллипсоидомъ вращенія, а *простымъ эллипсоидомъ*, имѣющимъ три діаметра или скорѣе три оси, а именно: продольную ось $2a$, на которой лежатъ фокусы и которая не измѣнилась, поперечную ось, составляющую наибольшую ширину и обозначаемую $2b$ и наконецъ вертикальную ось, обозначающую наибольшую высоту и отмѣчаемую чрезъ $2c$. Объемъ этого простаго эллипсоида будетъ получаться по формулѣ: объемъ $=\frac{4}{3}\pi abc$.

Различныя сѣченія черепа или головы имѣютъ очертанія, аналогичныя эллипсису или полуэллипсису. Черепной или головной сводъ (calotte) имѣетъ форму, аналогичную полуэллипсоиду съ продольною большою осью. На основаніи этого, съ помощію формулъ, выражающихъ свойства эллипсиса или эллипсоида, можно вычислить приблизительную величину разрѣзовъ и объема свода. Разсмотримъ послѣдовательно эти два вопроса.

11. *Опредѣленіе площадей черепныхъ сѣченій.*

Площади наиболѣе важныя суть такъ называемыя горизонтальныя и потому ихъ то мы и возьмемъ прежде всего для примѣра.

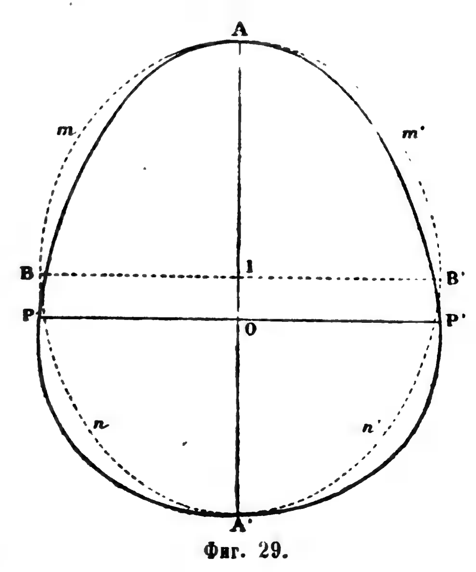
Сѣченія, называемыя горизонтальными, не имѣютъ однако же въ дѣйствительности этого свойства, такъ какъ они почти всегда болѣе или менѣе косвенны. Ихъ можно проводить на различныхъ высотахъ, но изъ нихъ два представляются главнѣйшими: первое есть разрѣзъ *лобно-затылочный* (inio-frontale), проходящій у основанія свода, т. е. спереди надъ линіею надглазничною, а сзади у нижняго края иніона; разрѣзъ этотъ служитъ, какъ мы увидимъ далѣе, для изученія объема свода. Другой важнѣйшій разрѣзъ есть *наибольшее горизонтальное* сѣченіе (coupe horizontale maxima), начинающееся отъ той же линіи спереди и проходящее назади чрезъ наиболѣе выдающуюся часть затылочной кости; его два діаметра даютъ головной указатель. Продольный діаметръ перваго сѣченія есть передне-задній затылочный діаметръ (diametre antéro-posterieur iniaque); таковой же втораго сѣченія есть *передне-задній наибольшій* (antero-posterieur maximum). Эти два сѣченія получаются на головѣ живаго человѣка съ помощію способа свинцовыхъ пластинокъ Марсè, дающаго очень вѣрный рисунокъ ихъ. На черепѣ сѣченіе получается или съ помощію пилы, или же иными способами, какъ напримѣръ тѣми же свинцовыми пластинками, или съ помощію стереографическихъ рисунковъ, или краніографа Коперницкаго и т. д. Чтобы измѣрить непосредственно площадь горизонтальнаго сѣченія употребляютъ разграфленную на квадраты бумагу, на которую наносятъ сѣченіе. Сосчитавъ квадраты, лежащіе внутри площади сѣченія, и прибавивъ къ нимъ части, большія и маленькія, квадратиковъ болѣе или менѣе не цѣльныхъ, лежащихъ на границахъ сѣченія, можно получить приблизительную ве-

личину площади сѣченія черепа въ квадратныхъ миллиметрахъ. Но эта работа очень утомительна, такъ какъ для уменьшенія насколько возможно ошибки, происходящей отъ опредѣленія величины, всегда по необходимости неточной, отрѣзковъ квадратиковъ на границахъ сѣченія, необходимо употреблять очень маленькіе квадратики, вслѣдствіе чего высчитываніе ихъ становится очень продолжительнымъ. Поэтому этотъ способъ неприложимъ при потребностяхъ обыденныхъ изслѣдованій.

Вотъ другой способъ, гораздо менѣе продолжительный и болѣе точный, несмотря на то, что онъ не непосредственный. Переносятъ кривую тоже на бумагу, но сфабрикованную изъ очень нѣжной смѣси и совершенно однородной. Затѣмъ ее вырѣзываютъ, приготовивши въ то же время изъ того же листа бумаги квадратъ, имѣющій стороны въ 10 центиметровъ, и затѣмъ взвѣшиваютъ этотъ квадратъ. Положимъ, напримѣръ, что онъ вѣситъ 8,47 миллиграмовъ (вѣсъ очень не большой сравнительно съ вѣсомъ, даваемымъ обыкновенною писчею бумагою достаточной плотности). Изъ полученнаго числа заключаютъ что 8.47 миллиграмовъ соотвѣтствуютъ одному квадратному центиметру бумаги. Послѣ этого взвѣшиваютъ вырѣзку черепной окружности или сѣченія и находятъ, положимъ, что она вѣситъ 1655 миллиграмовъ. Раздѣляя это число на 8,47 получаютъ число 195,4 обозначающее, что искомая площадь имѣетъ 195 квадратныхъ центиметровъ и 4 десятыхъ.

Этотъ способъ очень простъ и хотя онъ и не безусловно точенъ, такъ какъ однородность бумаги на всемъ протяженіи листа не можетъ быть абсолютно одинаковою, тѣмъ не менѣе онъ болѣе точенъ, чѣмъ предъидущій способъ квадратиковъ, и во всякомъ случаѣ требуетъ менѣе времени. Однако же и онъ довольно продолжителенъ при практическомъ осуществленіи своемъ и потому я употреблялъ его только для сравнительнаго изученія степени точности способа эллипсиса, не требующаго черченія рисунковъ и дающаго очень скоро, по длинѣ діаметровъ, площадь горизонтальныхъ разрѣзовъ съ достаточнымъ приближеніемъ.

Способъ эллипсиса состоитъ въ томъ, что берутъ для площади горизонтальнаго разрѣза черепа площадь *эллипсиса изомерическаго*, т. е. такого эллипсиса, коего двѣ оси относительно равны продольному и поперечному діаметрамъ этого разрѣза. Такой эллипсисъ обозначенъ пунктиромъ на фиг. 29.



Фиг. 29.

Можетъ казаться весьма произвольнымъ и не точнымъ сравненіе съ эллипсисомъ нашего *наибольшаго* горизонтальнаго сѣченія черепа, взятаго нами какъ примѣръ, такъ какъ оно уже спереди, чѣмъ сзади, а слѣдовательно представляетъ не эллипсисъ, а *овалъ*. Но если провести поперечную линію pp', представляющую поперечный наибольшій или теменной діаметръ, то можно видѣть, что овалъ состоитъ изъ двухъ кривыхъ, одной передней PAP', очень мало отличающейся отъ полуэллипсиса, имѣющаго центромъ точку O, а полуосями линіи AO и OP, и другой задней PAP', тоже мало отличающійся отъ другаго полуэллипсиса, имѣющій также центръ въ O, а полуосяии $A'O$ и OP. Эти два полуэллипсиса лежатъ на общей оси PP' и слѣдовательно синаксичны (см. выше E).

Извѣстно, что теменной діаметръ болѣе удаленъ отъ лба, чѣмъ отъ затылка; поэтому AO больше $A'O$. Разсмотримъ теперь изомерическій эллипсисъ, представленный на нашемъ чертежѣ пунктированною линіею. Онъ имѣетъ большой осью продольный діаметръ AA', а малою осью BB', равную PP', служащую общею осью нашихъ двухъ полуэллипсисовъ, поэтому онъ синаксиченъ съ ними. Точка J, составляющая центръ пунктированнаго эллипсиса, лежитъ на срединѣ AA', а слѣдовательно спереди O, такъ что его продольная ось AJ въ одно и то же время и болѣе длинна, чѣмъ ось лобнаго полуэллипсиса, и болѣе коротка, чѣмъ ось затылочнаго полуэллипсиса.

Убѣдившись въ этомъ, идемъ далѣе. Пунктированный или изомерическій эллипсисъ лежитъ по отношенію къ лобному полуэллипсису въ положеніи эллипсиса синаксическаго, какъ это представлено на фигурѣ 28. Поэтому между этими полуэллипсисами существуетъ два отрѣзка лежащіе симметрично, одинъ слѣва AmB, другой справа $Am'B'$, а мы уже видѣли выше (см. E), что эти отрѣзки должны помѣститься снаружи болѣе длиннаго эллипсиса, и такъ какъ OA болѣе AJ, то нашъ изомерическій эллипсисъ выступаетъ снаружи лобнаго полуэллипсиса.

Точно также мы находимъ между изомерическимъ эллипсисомъ и полуэллипсисомъ затылочнымъ, два симметрическихъ отрѣзка PnA и $P'n'A'$, а такъ какъ $A'J$ болѣе $A'O$, то пунктированный эллипсисъ проходитъ внутри затылочнаго полуэллипсиса.

Если мы разсмотримъ теперь овалъ, образуемый соединеніемъ нашихъ двухъ полуэллипсисовъ, то увидимъ, что между очерченнымъ и пуктированнымъ эллипсисами лежатъ четыре отрѣзка, два переднихъ или лобныхъ, помѣщающихся внѣ овала, и два заднихъ или затылочныхъ, лежащихъ внутри овала. Поэтому мы получимъ площадь овала, вычитая изъ площади изомерическаго эллипсиса два заднихъ отрѣзка и прибавляя два переднихъ.

Припомнивъ, что площадь эллипсиса равна π помноженному на произведеніе двухъ полуосей (πab), получаемъ:

Площадь изомерическаго эллипсиса $=\pi AJ\times JB=$ $=\pi AJ\times OP$.

Площадь полуэллипсиса $PAP'=\frac{1}{2}\pi AO\times OP$

» втораго полуэллипсиса $PA'P'=\frac{1}{2}\pi A'O\times OP$.

Складывая два полуэллипсиса для полученія овала, имѣемъ:

Площадь овала $=\frac{1}{2}\pi AO\times OP+\frac{1}{2}\pi A'O\times OP=$

$\pi OP \frac{AO \times AO'}{2}$, а такъ какъ $AO + AO' = AA'$, то $\frac{AO + OA'}{2} = \frac{AA'}{2} = AJ$. Поставивъ эту послѣднюю величину въ нашу формулу, получаемъ:

Площадь овала $= \pi AJ \times OP$, что и есть площадь изомерическаго эллипсиса.

Такъ какъ площадь овала равна площади изомерическаго эллипсиса, то оказывается, что оба внѣшніе отрѣзка имѣютъ такую же поверхность какъ и два внутреннихъ.

Слѣдовательно площадь изомерическаго эллипсиса будетъ совершенно равна площади черепнаго овала, если обѣ части PAP' и $PA'P'$, изъ коихъ состоитъ этотъ овалъ, будутъ дѣйствительно двумя полуэллипсисами. Хотя этого и нѣтъ въ дѣйствительности, но обѣ кривыя на столько приближаются къ полуэллипсису, что становятся почти одинаковыми съ нимъ по отношенію величины площади.

Я убѣдился въ этомъ съ помощію *эллипсографа* или эллиптическаго циркуля, снаряда очень полезнаго въ антропологической лабораторіи. Существуетъ нѣсколько видоизмѣненій эллипсографа. Наиболѣе удобные и наиболѣе точные изъ нихъ тѣ, кои состоятъ изъ прямой оси, на которой сидятъ два острія, могущія двигаться въ крестообразной вырѣзкѣ. Большая часть изъ нихъ даетъ только полуэллипсисъ и нужно перевернуть инструментъ, чтобы получить цѣлый эллипсисъ. Устроенный для меня механикомъ Матьё даетъ заразъ цѣлый эллипсисъ, но за то и стоитъ довольно дорого. Поэтому я рекомендую циркуль Renaud Tachet (rue des Saints Pères № 30), хотя и менѣе удобный на практикѣ, но за то и стоющій только 35 франковъ.

Начертивъ на бумагѣ черепной овалъ, очерчиваютъ эллипсографомъ изомерическій эллипсисъ, образующій съ оваломъ наружные и внутренніе отрѣзки, какъ это видно на фиг. 29. Если бумага снабжена квадратиками, то съ помощію ихъ можно вычислить площадь отрѣзковъ, но я уже сказалъ, что такое вычисленіе не точно вслѣдствіе нахожденія не цѣльныхъ, а дробныхъ квадратовъ. Поэтому лучше вырѣзать отрѣзки и опредѣлять ихъ площадь взвѣшиваніемъ, о чемъ уже сказано выше; затѣмъ опредѣляютъ разность вѣса внѣшнихъ и внутреннихъ отрѣзковъ и этого достаточно, чтобы вычислить и различіе ихъ площадей.

Такимъ образомъ можно убѣдиться, что это различіе всегда очень незначительно, а часто сводится почти къ нулю. Оно вполнѣ незначительно, если кривая кефалометрическая, и оно нѣсколько больше, если кривая краніометрическая и, въ особенности, если лобная ширина значительно меньше теменной ширины черепа; но даже и въ этомъ случаѣ различіе рѣдко достигаетъ величины двухъ квадратныхъ центиметровъ, что составляетъ около одной сотой обыкновенной площади черепнаго овала. Поэтому эта площадь получается съ достаточнымъ приближеніемъ чрезъ измѣреніе площади изомерическаго эллипсиса, коего большаго ось, A или $2\ a$, равна переднезаднему діаметру черепнаго овала, а малая ось B и $2\ b$ равна теменному діаметру. Площадь этого эллипсиса равняется πab. Легко получить ab, помножая половину A на половину B, но еще проще помножить A на B и раздѣлить произведеніе на 4; при такомъ способѣ формула получаетъ такое выраженіе: овалъ$=\frac{\pi AB}{4}$. Величина $\frac{\pi}{4}$, равняющаяся 0,785, находится въ таблицахъ подъмножителей π.

Вычисленіе площади черепнаго овала сводится, слѣдовательно, къ слѣдующему: *помножить оба діаметра одинъ на другой и произведеніе помножить на 0,785.*

Число, полученное такимъ образомъ, даетъ квадратные миллиметры и стоитъ только отнести запятую на два члена, чтобы имѣть квадратные центиметры.

До сихъ поръ мы говорили о наибольшемъ горизонтальномъ разрѣзѣ. Площадь другихъ разрѣзовъ, называемыхъ горизонтальными, вычисляется такимъ же образомъ, но нужно прибѣгать къ другимъ пріемамъ для вычисленія площади разрѣзовъ, называемыхъ *вертикальными.*

Подъ этимъ общимъ названіемъ мы разумѣемъ, во первыхъ, срединный переднезадній разрѣзъ, всегда совершенно вертикальный, а затѣмъ различные поперечные разрѣзы, проходящіе отъ свода къ основанію, кои хотя не всегда вертикальны, но за то и малокосвенны. Главнѣйшимъ и наиболѣе полезнымъ для изученія изъ такихъ разрѣзовъ является разрѣзъ темянно-ушной (auriculo-bregmatique). Вертикальныя сѣченія черепа образуются изъ двухъ частей: одной верхней или мозговой, соотвѣтствующей своду черепа и довольно сходной съ полуэллипсисомъ, и другой нижней, соотвѣтствующей основанію черепа и очень неправильной. Граница между этими двумя частями опредѣляется для всѣхъ вертикальныхъ разрѣзовъ одною и тою же плоскостію, составляющею *основаніе свода* (base de la calotte); эта плоскость *затылочнолобная* (inio-frontal), проходящая спереди по линіи надглазничной, а сзади по нижнему концу иніона, а по сторонамъ чрезъ двѣ *надгушныя* (susauriculaires) точки, лежащія надъ слуховыми отверстіями, непосредственно надъ переднезаднимъ началомъ скуловой дуги.

Нижняя или основная часть вертикальныхъ разрѣзовъ представляетъ очень мало интереса. Если бы кто хотѣлъ ее изучить, тотъ долженъ бы былъ сдѣлать съ помощію пилы разрѣзъ на черепѣ, потомъ срисовать его и измѣрить на рисункѣ способомъ квадратиковъ или же способомъ взвѣшиванія. Но это не стоитъ такого труда, какъ не стоитъ также портить черепъ для полученія неимѣющаго особаго значенія результата. Часть черепа, представляющая дѣйствительно важныя данныя по отношенію величины, есть сводъ, заключающій въ себѣ мозговыя полушарія. Поэтому совершенно достаточно опредѣлить площадь верхней или мозговой части сѣченій, называемыхъ вертикальными. Эта площадь почти равна половинѣ своего изомерическаго эллипсиса, но мы имѣемъ здѣсь дѣло съ затрудненіемъ, не представлявшимся намъ при изученіи горизонтальныхъ разрѣзовъ. Послѣдніе представляются полными овалами, у коихъ можно измѣрить оба діаметра, тогда какъ мозговая или верхняя часть вертикальныхъ разрѣзовъ образуетъ только половину кривой, болѣе или менѣе эллиптической, величину площади коей мы желаемъ опредѣлить. Такимъ образомъ мы знаемъ здѣсь только одинъ діаметръ, другой воображаемый и его слѣдуетъ еще опредѣлить.

Фиг. 30.

Возьмемъ для примѣра срединный вертикальный разрѣзъ, который и представляется наиболѣе важнымъ. Это

разрѣзъ (фиг. 30), проходящій чрезъ надглазничную точку F черезъ темя V и иніонъ J. Мы знаемъ величину FJ, составляющаго передне-задній затылочной діаметръ и мы его обозначаемъ чрезъ $2a$. Если бы мы знали VO, высоту темяни надъ плоскостію FJ, то мы бы назвали ее e, и тогда площадь поверхности FVJ, принимаемая за приблизительно соотвѣтствующую полуэллипсису, было бы равна πae. Но величина OV можетъ быть измѣрена только на дѣйствительно существующемъ разрѣзѣ, произведенномъ съ помощію пилы; ее нельзя получить на цѣльномъ черепѣ, а еще менѣе на головѣ живаго человѣка. Слѣдовательно нужно инымъ путемъ изыскивать величину e, т. е. вертикальной полуоси вертикальнаго сѣченія.

Къ счастію мы можемъ измѣрить съ помощію ленты, какъ на живомъ человѣкѣ, такъ и на черепѣ, длину дуги затылочнолобной (inio-frontal) FVJ. Такимъ образомъ мы будемъ имѣть съ одной стороны длину кривой, а съ другой величину діаметра FJ, упирающагося въ конечныя точки этой кривой. Съ помощію этихъ двухъ факторовъ можно вычислить величину e по таблицѣ ректификаціи эллипсиса, употребленіе которой будетъ выяснено далѣе. Получивъ по этому способу величину полуоси e или VO, можно уже вычислить площадь разрѣза FVJ, дѣлая помноженіе πae.

Для поперечныхъ разрѣзовъ употребляютъ тѣ же пріемы. Измѣряютъ непосредственно на черепѣ, или головѣ, ихъ поперечные діаметры, кои обозначаютъ чрезъ $2b$; затѣмъ можно бы было вновь вычислить величину e съ помощію этого діаметра $2b$ и кривой верхнеушной (biauriculaire superieure), измѣренной лентою, но въ этомъ нѣтъ надобности, такъ какъ изслѣдованіе срединнаго разрѣза опредѣлило величину e. Итакъ, площадь поперечнаго разрѣза получается по формулѣ πbe.

III. Опредѣленіе объема свода.

Измѣренія, взятыя на живомъ, даютъ намъ возможность узнать размѣръ только области свода головы, такъ какъ область основанія ея не доступна снарядамъ. Но сводъ заключаетъ въ себѣ оба мозговыя полушарія, составляющія часть наиболѣе важную въ черепной коробкѣ. Если на трупѣ сдѣлать сѣченіе черепа по надглазничной линіи и иніону, то снизу разрѣза у основанія черепа останутся мозжечекъ и нѣкоторыя придаточныя части мозга, а со сводомъ отойдетъ то, что называется собственно мозгомъ, т. е. оба мозговыя полушарія за исключеніемъ очень небольшой части глазничныхъ долей и части височныхъ долей, лежащихъ во внутреннихъ височныхъ углубленіяхъ. Поэтому объемъ свода даетъ до нѣкоторой степени возможность опредѣлить объемъ мозговыхъ полушарій. Конечно варьирующая толщина накожныхъ покрововъ и стѣнокъ черепа дѣлаетъ очень шаткимъ такой выводъ на каждой отдѣльной особи, но если изучить это на цѣлыхъ серіяхъ особей, то эти варьяціи по большей части другъ друга нейтрализируютъ. Итакъ, мы можемъ принять извѣстное соотношеніе между объемомъ свода и объемомъ полушарій, и какъ бы ни былъ недостаточенъ указанный нами способъ, мы должны принять его, такъ какъ онъ единственный, дозволяющій намъ составить себѣ нѣкоторое представленіе объ объемѣ мозга у живаго человѣка.

Можетъ казаться лишнимъ изученіе указаннымъ способомъ черепа, такъ какъ вмѣстимость его прямо можетъ быть опредѣлена кубаціей (cubage). Но нужно принять во вниманіе то, что факторомъ, наиболѣе обусловливающимъ вмѣстимость черепа, является объемъ могзовыхъ полушарій; остальныя части мозга, неимѣющія соотношенія съ психическою дѣятельностію, хотя и представляютъ несомнѣнно значительныя варьяціи, но въ гораздо меньшихъ предѣлахъ и во всякомъ случаѣ менѣе важны. При непосредственномъ изученіи мозга, послѣ общаго взвѣшиванія всего мозга, всегда тщательно особо взвѣшиваютъ и большія полушарія. Поэтому и на черепѣ весьма полезно имѣть возможность опредѣлить, какая доля общей вмѣстимости черепа падаетъ на долю полушарій. Конечно этого можно достигнуть, производя разрѣзъ черепа по основанію свода его и опредѣляя непосредственно вмѣстимость такого отдѣленнаго свода, но произведенный такъ низко распилъ черепа портитъ его и кромѣ того онъ невозможенъ, если черепъ былъ уже вскрытъ обыкновеннымъ способомъ. Мортонъ, и послѣ него другіе, старались непосредственнымъ способомъ опредѣлить вмѣстимость свода безъ распиливанія черепа, вливая чрезъ затылочное отверстіе воду въ опрокинутый черепъ и взвѣшивая его тогда, когда уровень воды достигнетъ основанія свода; но этотъ пріемъ труденъ и требуетъ много времени, такъ какъ требуетъ предварительнаго заливанія воскомъ большого числа маленькихъ отверстій черепа, чрезъ кои вода могла бы вытекать; но онъ и не точенъ, такъ какъ нѣкоторое количество, неопредѣленное и измѣнчивое, проникаетъ въ самыя стѣнки черепа и такъ какъ даже простое смачиваніе стѣнокъ черепа производитъ *быстро* очень значительное увеличеніе вмѣстимости черепа (см. мой мемуаръ Sur les propriétés hygrométriques du crâne въ Revue d'Anthropologie 1874 г. т. III. стр. 585).

Я сомнѣваюсь, чтобы на сухомъ черепѣ можно было съ совершенною точностію опредѣлить объемъ мозговыхъ полушарій, но все таки возможно, по крайней мѣрѣ съ нѣкоторымъ приближеніемъ, опредѣлить объемъ свода по его внѣшнимъ размѣрамъ, и полученный такимъ образомъ объемъ, взятый на черепѣ или на головѣ, составляетъ одинъ изъ интересныхъ элементовъ краніологическихъ или кефалометрическихъ сравненій. Очевидно, что онъ зависитъ главнымъ образомъ отъ степени развитія мозговыхъ полушарій и потому онъ долженъ въ среднемъ увеличиваться и уменьшаться параллельно со степенію развитія этихъ послѣднихъ. Если мы будемъ сравнивать двѣ живыя особи, то можемъ допустить съ большою вѣроятностію, что та, у коей кефалометрическій сводъ имѣетъ большій объемъ, обладаетъ и большими полушаріями, а сравненіе объемовъ краніометрическихъ сводовъ, представляющихъ различіе въ числовомъ выраженіи ихъ, приводитъ насъ къ тѣмъ же заключеніямъ. Какимъ образомъ можно опредѣлить объемъ кефалометрическаго или краніометрическаго свода по его внѣшнимъ размѣрамъ? Лента даетъ намъ кривую затылочно-лобную, отъ линіи надглазничной до иніона; циркуль даетъ затылочный продольный діаметръ и наибольшій поперечный: съ этими краніометрическими факторами, какъ увидимъ, можно уже съ достаточнымъ приближеніемъ къ истинѣ опредѣлить искомый объемъ. Мы будемъ говорить только о краніометрическомъ сводѣ, но все сказанное вполнѣ приложимо и къ кефалометрическому своду.

Подобно тому, какъ мы сравнивали съ эллипсисами и полуэллипсисами горизонтальныя, поперечныя и срединныя сѣченія черепа, мы сравнимъ и черепной сводъ съ полуэллипсоидомъ. Здѣсь мы имѣемъ дѣло не съ эллипсоидомъ вращенія, на которомъ всѣ сѣченія, перпендикулярныя къ большей оси, являются кругами, но съ эллипсоидомъ простымъ, у коего всѣ сѣченія суть эллипсисы. Простой эллипсоидъ имѣетъ три оси, кои мы назовемъ продольною, поперечною и вертикальною, помѣ-

щая это тѣло въ томъ же направленіи, какъ и черепной сводъ. Продольная ось обозначается $2a$, поперечная $2b$, вертикальная $2e$. Объемъ эллипсоида, какъ мы видѣли выше, равенъ $\frac{4}{3}\ \pi abe$, а такъ какъ мы разсматриваемъ только верхнюю половину эллипсоида, то ея объемъ выразится $\frac{2}{3}\ \pi abe$.

Двѣ полуоси a и b свода извѣстны; первая есть половина затылочнаго передне-задняго діаметра; вторая есть половина поперечнаго темяннаго діаметра; поэтому, если бы мы еще знали величину третьей полуоси e, то мы могли бы воспользоваться формулою.

На отпиленномъ сводѣ, лежащемъ своимъ основаніемъ на столѣ, легко измѣрить величину e: она составляетъ высоту темяни надъ столомъ; но на цѣльномъ черепѣ, или черепѣ распиленномъ инымъ способомъ, измѣреніе величины e невозможно, а тѣмъ болѣе оно невозможно на живомъ человѣкѣ. Поэтому только посредствомъ вычисленія можно опредѣлить величину e, и именно слѣдующимъ образомъ:

Измѣряютъ съ помощію ленты кривую лобно-затылочную (inio-frontale) и ее принимаютъ за половину наибольшей вертикальной окружности эллипсиса эллипсоида. Зная эту полуокружность, а также кромѣ того и ея большую продольную ось $2a$, т. е. затылочно-лобный діаметръ, мы получаемъ съ помощію таблицы ректификаціи эллипсиса величину вертикальной полуоси e. Имѣя величины трехъ полуосей эллисоида мы получаемъ и объемъ полуэллипсоида, т. е. $^2/_3\ \pi abe$.

Значитъ нужно помножить e на $^2/_3\ \pi ab$. Величину $^2/_3 \pi ab$ легко получить, но она требуетъ вычисленій, заставляющихъ терять много времени. Для этого сначала нужно раздѣлить на два лобно-затылочный діаметръ (inio-frontale), т. е. A или $2a$, для полученія a, затѣмъ также раздѣлить на 2 темянной діаметръ B, или $2b$, для полученія b. Наконецъ начать рядъ умноженій, т. е. помножить a на b и на e, затѣмъ произведеніе помножить сначала на π, а потомъ на 2 и все раздѣлить на 3. Всѣ эти многочисленныя выкладки можно замѣнить слѣдующими гораздо простѣйшими. Въ формулѣ $^2/_3\pi abe$ замѣстимъ a чрезъ $\frac{A}{2}$, а b чрезъ $\frac{B}{2}$; тогда она получитъ такой видъ:

$^1/_2$ эллипсоида $= {^2/_3}\ \pi abe = {^2/_3}\ \pi \frac{A}{2} \times \frac{B}{2} \times e = {^1/_6}\, \pi ABe$,

а такъ какъ $^1/_6\,\pi$, даваемая таблицею подмножителей π, равна 0,523, то имѣемъ:

объемъ свода $= 0{,}523 \times ABe$

т. е. это значитъ, что нужно умножить на 0,523 *произведеніе трехъ измѣреній свода.*

Такое приблизительное вычисленіе объема головнаго или черепнаго свода объусловливается, какъ и опредѣленіе площадей черепныхъ сѣченій, опредѣленіемъ величины e, составляющей высоту свода. Эта величина задается таблицею ректификаціи эллипсиса, къ употребленію которой мы и переходимъ, сдѣлавъ нѣсколько предварительныхъ замѣчаній о вопросѣ ректификаціи эллипсиса.

IV. *О ректификаціи эллипсиса.* Вопросъ о ректификаціи какой либо геометрической кривой состоитъ въ опредѣленіи посредствомъ вычисленія длины всей кривой, или какой либо изъ ея дугъ, съ помощію соотношеній, существующихъ между этою длиною и длиною прямолинейныхъ элементовъ кривой. Въ случаѣ, представляемомъ эллипсисомъ, прямолинейными элементами являются двѣ оси, обозначаемыя обыкновенно буквами a и b, но такъ какъ буква b имѣетъ уже специальное значеніе въ такихъ формулахъ, коими пользуется краніометрія, то вмѣсто нея употребляется буква e для обозначенія второй полуоси эллипсиса, изучаемаго съ точки зрѣнія ректификаціи.

Два эллипсиса, имѣющіе однѣ и тѣ же оси, имѣютъ и одинаковыя окружности; поэтому можно получить окружность, если извѣстны a и e. Два эллипсиса, имѣющіе одинаковую окружность, могутъ представлять очень различныя оси, но если при одинаковой окружности они, кромѣ того, имѣютъ общую ось, то они должны быть равны во всѣхъ своихъ частяхъ; поэтому можно опредѣлить одну изъ полуосей e, если извѣстны другая полуось a и окружность. Вотъ для достиженія этой цѣли, уже указанной въ предъидущихъ параграфахъ, намъ и нужно изучить ректификацію эллипсиса.

Въ частномъ случаѣ круга, обѣ полуоси сливаются въ одной, которая есть радіусъ. Такъ какъ всѣ окружности круговъ подобны другъ другу, то и отношеніе окружности къ радіусу у всѣхъ у нихъ неизмѣнно одно и то же. Это отношеніе опредѣлили разъ для всѣхъ круговъ и назвали его π и имъ пользуются для опредѣленія окружности посредствомъ радіуса или радіуса посредствомъ окружности съ помощію очень простой формулы (окружность$=2\ \pi r$). Но у эллипсиса, коего формы измѣнчивы до безконечности соотвѣтственно относительной длинѣ обѣихъ осей его, формула, дающая соотношеніе осей къ окружности, есть рядъ безконечный, могущій быть опредѣленнымъ только съ помощію дифференціальнаго и интегральнаго исчисленій.

Я не считаю необходимымъ излагать здѣсь длинный рядъ вычисленій, которыя, основываясь на дифференціальномъ уравненіи дуги вообще, даютъ сначала дифференціальное уравненіе дуги эллипсиса; интегрируя затѣмъ это уравненіе, получаемъ величину дуги въ функціяхъ двухъ полуосей a и e и полуэкцентрицитета c (равнаго $\sqrt{a^2-e^2}$). Это интегрированіе производится посредствомъ развитія ряда, очень сложнаго, но законченнаго, и получается довольно удобно и скоро, если только считается достаточнымъ вычислить первые пять или шесть членовъ его. Употребленіе этого ряда очень упрощается, если интегрируютъ отъ $x=O$ до $x=d$, давая дугѣ значеніе четверти окружности эллипсиса или S. Въ такомъ случаѣ, принявъ a за единицу, выражая полуэкцентрицитетъ c въ доляхъ a и придавая послѣдовательно фактору c^2 величины, отличающіяся одною десятою частію a (0.9; 0.8; 07; 0.6; и т. д.), мы получаемъ соотвѣтствующія величины S, легко затѣмъ выражающіяся въ функціи e по уравненію $e=\sqrt{1-c^2}$. Эти величины указаны на слѣдующей таблицѣ, на которой онѣ умножены на 100 и гдѣ единица a принята равною 100 миллиметрамъ.

Величина S и e, если a=100.

Малая полуось	e=100 кругъ.	e= 97.46	e= 94.86	e= 89.44	e= 83.66	e= 77.45
Четверть эллипсиса . . .	s=157.08	s=155.10	s=153.06	s=148.93	s=144.56	s=139.97
	e= 70.72	e= 63.24	e= 54.77	e= 44.72	e= 31.62	e= 0.
	s=135.12	s=130.00	s=124.53	s=118.70	s=112.43	s= 1.

Послѣдніе два члена, соотвѣтствующіе очень удлиненнымъ эллипсисамъ или приведеннымъ къ прямой линіи, не имѣютъ никакого полезнаго приложенія для насъ. Остальные десять членовъ образуютъ между собою девять интерваловъ, кои можно пополнить соотвѣтственными числами, не прибѣгая вновь къ продолжительнымъ вычисленіямъ интегрированія ряда. Можно такимъ образомъ составить таблицу, на которой величины S, отъ одного полумиллиметра до другаго полумиллиметра, будутъ стоять соотвѣтственно величинамъ полуоси e. Такая то таблица и помѣщена нами въ числѣ другихъ подъ именемъ *таблицы ректификаціи эллипсиса*.

Величины, написанныя крупными цифрами, суть тѣ, кои получены непосредственнымъ вычисленіемъ, а потому онѣ вполнѣ точны. Остальныя, полученныя чрезъ пропорціональныя уменьшенія (reductions proportionnelles), менѣе точны; но и относительно нихъ ошибка можетъ встрѣтиться только при второй десятичной и на практикѣ не имѣетъ значенія. Я убѣдился въ этомъ чрезъ построеніе по масштабу кривой, у коей длины S представляли абсциссы, а величины e соотвѣтствовали ординатамъ; я дознаҍ такимъ путемъ, что подобная кривая развивается правильно отъ точки до точки безъ какого либо изгиба. Такая кривая могла бы удобно замѣнить таблицу, но она слишкомъ велика для размѣра ихъ и притомъ употребленіе таблицы ведетъ гораздо скорѣе къ полученію нужнаго результата.

Все сказанное выше касается только случаевъ, въ коихъ полуось e менѣе той, которая принята за единицу. Такіе случаи составляютъ первую часть таблицы до $e=100$, т. е. до величины e соотвѣтствующей кругу. Существуютъ однакоже нѣкоторыя кривыя черепа, у которыхъ одна изъ полуосей то больше другой, то меньше, а для правильности выводовъ необходимо, чтобы всегда одна и та же полуось бралась за единицу. Поэтому я продолжилъ таблицу и для величинъ e большихъ, чѣмъ принятая нами единица, т. е. 100 миллиметровъ. Эта таблица даетъ величины e соотвѣтственныя четверти эллипсиса S для полуоси e, причемъ другая полуось a всегда признается равною 100 миллиметрамъ. Если мы знаемъ только одинъ изъ факторовъ, то эллипсисъ не можетъ быть опредѣленъ и мы не можемъ получить относительно его никакого рѣшенія; но если мы будемъ знать два фактора, то таблица даетъ намъ третій. Извѣстными факторами могутъ быть или двѣ оси, или же S и одна изъ осей; поэтому всегда мы будемъ имѣть одну изъ осей извѣстною, которую и можемъ назвать a и къ коей можемъ отнести двѣ другія линіи S и e.

1. Предположимъ, что намъ извѣстны a и S, остается слѣдовательно опредѣлить e. Если бы извѣстная и измѣренная полуось a была равна 100 миллиметрамъ, то мы бы нашли тотчасъ же на таблицѣ искомую величину противъ извѣстной уже величины S, но у взятаго нами эллипсиса, который мы будемъ обозначать черезъ E, извѣстная намъ полуось a почти всегда или болѣе, или менѣе 100 миллиметровъ. Чтобы въ такихъ случаяхъ воспользоваться таблицею нужно отыскивать на ней эллипсисъ *подобный* эллипсису E, который мы назовемъ, положимъ, чрезъ E'. У подобныхъ эллипсисовъ оси и окружности пропорціональны, поэтому

$S : a : e :: S' : a' : e'$, или

$S : a :: S' : a'$ а потому $S'=a'\times\frac{S}{a}$ (1)

Такъ какъ $a'=100$ миллиметрамъ, то мы получимъ S', раздѣляя 100 S на a. Зная S', мы найдемъ на таблицѣ величину e', которая есть вторая полуось эллипсиса E'.

Пропорція $a : e : a' : e'$, намъ даетъ

$$e=\frac{ae'}{a'} \text{ или } e=\frac{ae'}{100} \quad (2).$$

Такимъ образомъ мы получаемъ величину второй полуоси e.

2. Предположимъ теперь, что намъ извѣстны двѣ полуоси a и e и что требуется найдти S.

Тѣ же пропорціи даютъ сначала $e'=a'\times\frac{e}{a}=\frac{100e}{a}$ (3).

Съ помощію e' можно найдти S' на таблицѣ.

Затѣмъ S получается изъ уравненія $S=\frac{aS'}{a'}=\frac{aS'}{100}$ (4).

Величины S' или e', даваемыя формулами (1) и (3), получены съ помощію приведенія къ сотымъ и потому почти всегда выражаются въ десятичной дроби. Нельзя оставить совершенно въ сторонѣ эти десятичныя, не подвергаясь значительнымъ ошибкамъ. Положимъ, напримѣръ, что въ нашей формулѣ (1) мы нашли $S'=140.72$. На таблицѣ, на которой величины S' были бы показаны отъ сотой до сотой миллиметра, соотвѣтствующая e' величина была бы 78.46. Если же мы, отбросивъ десятичныя, примемъ, что $S'=140$ только, то e' будетъ уже равна 78.84. Между этими обѣими величинами e', изъ коихъ одна слишкомъ велика, а другая слишкомъ мала, разность будетъ въ 1,35 мм.; слѣдовательно, если мы не будемъ обращать вниманіе на десятичныя, то можемъ прійти относительно величины e' къ ошибкѣ, значительно превосходящей 1 миллиметръ. Эта ошибка, хотя нѣсколько и смягчается приведеніемъ въ сотыя при полученіи величины e, но всетаки остается нѣсколько большею, чѣмъ 1 миллиметръ. Такая ошибка болѣе дозволительной, а потому, слѣдовательно, нужно брать и десятичныя для S', т. е. въ нашемъ случаѣ $S'=140.72$. Это число показываетъ намъ, что S' лежитъ между двумя величинами: 140,5 и 141, изъ коихъ обѣ находятся въ таблицахъ, и оно ближе приближается къ первой изъ этихъ величинъ. Поэтому мы отыскиваемъ e' рядомъ съ 140,5 и находимъ $e'=78.16$. Между этою величиною и дѣйствительною, взятою нами для $e'=78,46$, разность только 0,30 мм., т. е. менѣе трети миллиметра. Она будетъ еще меньше для отыскиванія искомой нами величины e, а потому на нее можно и не обращать вниманія. Этотъ примѣръ показываетъ необходимость вычислить S' съ десятичными долями, равно какъ и то, что нужно брать двѣ десятичныхъ, такъ какъ, если бы мы взяли только одну 0,7, мы бы не знали какая изъ величинъ таблицы 140,5 и 141 была бы болѣе близкою.

Изъ сказаннаго видно, что приближеніе, даваемое таблицею, вполнѣ достаточно для предположенной нами цѣли. Для полученія еще большаго приближенія потребовалось бы прибѣгнуть къ разностямъ, что было бы совершенно безполезнымъ усложненіемъ дѣла. Впрочемъ, предвидя случаи, въ коихъ приложенія иного ряда нашей таблицы могло бы вызвать желаніе имѣть числа болѣе точныя, мы присоединили небольшую табличку разностей; въ ней можно найдти для всѣхъ величинъ S' и e', вычисленныхъ непосредственно, двойной рядъ разностей e', соотвѣтствующихъ 1 миллиметру S' и разности S', соотвѣтствующія 1 миллиметру

e'. Этими разностями пользуются такъ же, какъ было указано по отношенію разностей дугъ и синусовъ.

Мы считали необходимымъ дать въ предъидущемъ спеціальное, довольно длинное и частное, объясненіе для того, чтобы выяснить какъ составлена наша таблица ректификаціи эллипсиса и для указанія способовъ повѣрки степени ея точности. Къ этому мы присоединили болѣе краткія указанія на то, какимъ образомъ можно найдти на таблицахъ, основываясь на свойствахъ подобныхъ эллипсисовъ, рѣшеніе задачъ, основывающихся на указанномъ нами способѣ. Но пользованіе нашею таблицею *вовсе не требуетъ знанія свойствъ эллипсиса, а еще менѣе знакомства съ интегральнымъ исчисленіемъ*. Выяснивши это, мы переходимъ теперь къ тѣмъ практическимъ правиламъ, съ помощію которыхъ можно пользоваться таблицею, ограничиваясь только самыми элементарными ариѳметическими пріемами.

V. Способъ употребленія таблицы ректификаціи эллипсиса. Обозначенія, употребляемыя при этомъ, суть слѣдующія:

S есть четверть окружности кривой E, изучаемой у черепа и разсматриваемой какъ болѣе или менѣе приближающуюся къ эллиптической кривой. Если была предварительно измѣрена вся окружность, то берутъ ея четверть для получения S; если измѣрена полъокружность, то S будетъ половина этого измѣренія.

$2a$ и $2e$ суть двѣ оси этого эллипсиса; берутъ половину ихъ для полученія a и e. Если извѣстны эти двѣ полуоси, то наибольшая обозначается чрезъ a. Если извѣстна только одна ось, то буквою a обозначается именно она; другая ось тогда будетъ e.

E' будетъ обозначать тотъ изъ эллипсисовъ таблицы, который подобенъ эллипсису E. Та изъ двухъ полуосей E', которая будетъ гомологична a, равняется 100 миллиметрамъ. Вторая полуось обозначается чрезъ e', а S' обозначаетъ четверть окружности.

Есть два случая, въ коихъ можно съ пользою приложить таблицу:

1. Случай. Зная двѣ оси, найдти окружность. Этотъ случай представляется въ особенности тогда, когда приходится изучать замѣтки такихъ путешественниковъ, кои занятые исключительно вопросомъ о головномъ указателѣ, измѣряютъ только передне-задній и поперечный діаметры головы, не заботясь объ измѣреніи окружностей.

Взявъ сначала половину обоихъ діаметровъ, получаютъ a и e. Буквою a обозначаютъ полудіаметръ переднезадній и получаютъ S слѣдующимъ образомъ:

1. Дѣлятъ 100 e на a для полученія e'.
2. Отыскиваютъ на таблицѣ эллипсиса величину S' и противъ нея находятъ величину e'.
3. Умножаютъ S' на a и дѣлятъ на сто для полученія искомой величины S, которая есть четверть окружности эллипсиса.

NB. При вычисленіяхъ, вмѣсто того, чтобы брать полудіаметры a и e, гораздо проще брать самые діаметры $2a$ и $2e$: такимъ образомъ избѣгаютъ дѣленія съ помощію *таблицы головныхъ указателей*. Обыкновенно даже и нѣтъ надобности вычислять снова на таблицѣ головной указатель, такъ какъ онъ всегда находится въ замѣткахъ путешественника.

Примѣръ: Передне-задній діаметръ $2a$=186 мм.; поперечной $2e$=148 мм. Слѣдовательно a=93, e=74.

По таблицѣ головныхъ указателей можно взять только отношеніе 148 къ 186, которое будетъ 79,57; слѣдовательно и e'=79,57. Затѣмъ отыскиваютъ въ таблицѣ ректификаціи эллипсиса, въ столбцѣ e, число наиболѣе близкое къ 79,57 и оно будетъ 79,51. Въ столбцѣ S тутъ же находится число 141,5, поэтому записывается S'=141,5.

Затѣмъ помножаютъ a, или 93, на 142 и получаютъ 13159, которое раздѣленное на 100 даетъ величину S=131,6 мм.

Помножая это число на 4, получаемъ, что окружность эллипсиса=526 мм.

Въ случаяхъ, въ которыхъ желательно бы было получить болѣе точныя числа, нужно прибѣгнуть къ табличкѣ разностей.

Если сдѣлать опытъ приложенія этого способа къ лысой головѣ или черепу, то получится чрезъ вычисленіе окружность, отличающаяся только на нѣсколько миллиметровъ отъ непосредственно измѣренной окружности. Разность не превосходитъ обыкновенно 4 миллиметровъ на черепахъ брахицефальныхъ и 8 на долихоцефальныхъ. На головахъ, снабженныхъ волосами, окружность, полученная чрезъ вычисленіе, всегда меньше добытой чрезъ измѣреніе и разница можетъ доходить до 2 центиметровъ и болѣе, если волоса очень густы. Это потому, что въ такихъ случаяхъ лента не даетъ истинной окружности головы, и въ такомъ случаѣ большая величина разницы вовсе не говоритъ за неточность способа эллипсиса, а на оборотъ доказываетъ недостаточность способа измѣренія посредствомъ ленты.

2-й случай. Зная окружность и одну изъ осей, опредѣлить другую ось.

Обыкновенно бываетъ, что мы имѣемъ измѣренною не цѣльную окружность, но только полуокружность, которой половина и даетъ намъ S. Половина оси обозначается a. Получается другая полуось e слѣдующимъ образомъ:

1. Дѣлятъ 100 S на a для полученія S'.
2. Отыскиваютъ на таблицѣ эллипсиса величину e' въ колонкѣ противъ S'.
3. Помножаютъ e' на a и дѣлятъ на 100 для полученія искомой величины e.

Примѣръ: Мы измѣрили на головѣ кривую лобно-затылочную отъ надглазничной точки до иніона; эта кривая составляетъ продольный полуэллипсисъ свода головы. Предположимъ, что она у насъ ровна 328 мм., а такъ какъ она ровна $2S$, то S=164 мм.

Пусть у насъ измѣренъ также передне-задній затылочный діаметръ. Это большая ось, $2a$, свода; пусть она равна 176 мм. Такимъ образомъ a=88 мм. Раздѣляя $100S$ или 16400 на 88, получаемъ 185,2, т. е. величину S'; затѣмъ отыскиваютъ на таблицѣ эллипсисовъ въ столбцѣ S число наиболѣе приближающееся къ 185,2 и тогда получаютъ e'=134,20.

Помножая a или 88 на e' или 134,20, имѣемъ 11809, что, раздѣленное на 100, даетъ величину e=118 мм. Можно еще получить величину e съ помощію кривой верхней поперечно-ушной (biauriculaire superieure), разсматриваемой какъ окружность эллипсиса, коего ушной діаметръ будетъ осью a. Но кривая поперечная ушная, въ томъ видѣ, какъ ее иногда измѣряютъ, спускается ниже плоскости затылочно-лобной (inio-frontale), ограничивающей сводъ; поэтому посредствомъ этого способа получаютъ для величины e число нѣсколько большее.

Случай, который мы взяли, относится къ опредѣленію объемовъ краніометрическаго или кефалометрическаго свода. Это самый важный изъ всѣхъ тѣхъ, при коихъ прибѣгаютъ къ таблицѣ ректификаціи эллипсиса; имъ обусловливается нахожденіе этой таблицы въ числѣ другихъ, составленыхъ нами, такъ какъ другія, указан-

ныя нами, приложенія ея, хотя и не лишены нѣкоторой пользы, но все таки не могли бы оправдать введеніе новаго спеціальнаго метода.

Если величина вертикальной полуоси e свода получена указаннымъ нами способомъ, и если двѣ оси его $2a$ и $2b$ или A и B уже извѣстны чрезъ измѣренія, то для опредѣленія объема свода нужно только употребить формулу.

$$\text{Объемъ} = 0{,}5\ 23 \times ABe.$$

Эта формула уже объяснена нами выше и она даетъ объемъ свода или вѣрнѣе—объемъ эллипсоида, соотвѣтствующаго своду.

ИЗВѢСТІЯ ИМПЕРАТОРСКАГО ОБЩЕСТВА ЛЮБИТЕЛЕЙ ЕСТЕСТВОЗНАНІЯ, АНТРОПОЛОГІИ И ЭТНОГРАФІИ,
СОСТОЯЩАГО ПРИ МОСКОВСКОМЪ УНИВЕРСИТЕТѢ.
Томъ XXXVIII, выпускъ 2.
Труды Антропологическаго Отдѣла, томъ 6.

Antropologicheskiia tablitsy

АНТРОПОЛОГИЧЕСКІЯ ТАБЛИЦЫ

dlia

ДЛЯ

Kraniologicheskikh i kefalometricheskikh vychislenii

КРАНІОЛОГИЧЕСКИХЪ И КЕФАЛОМЕТРИЧЕСКИХЪ ВЫЧИСЛЕНІЙ.

sostavleny

СОСТАВЛЕНЫ

P. Broka

П. БРОКА

Профессоромъ Парижскаго Медицинскаго Факультета.

Vypusk vtoroi

ВЫПУСКЪ ВТОРОЙ.

pt. 2

redaktsiia

РЕДАКЦІЯ

Anatoliia Bogdanova

Анатолія Богданова.

(Изданіе на средства, пожертвованныя Ф. А. Терещенко).

МОСКВА.
Типографія М. Н. Лаврова и К°., Леонтьев. пер., д. № 11
1879.

Напечатано по опредѣленію Совѣта Императорскаго Общества Любителей Естествознанія Антропологіи и Этнографіи.
Президентъ Общества, Тайный Совѣтникъ *Григорій Щуровскій*.

Предѣлы главнѣйшихъ указателей.

		Числитель.	Знаменатель.	Предѣлы у взрослыхъ.
1.	Черепной указатель (Indice cephalique).	Наибольшій поперечный діаметръ (Diamètre transversal maximum).	Продольный наибольшій (Diamètre antéro-postérieur maximum)	122—160 / 160—208
2.	Высотный указатель (Indice vertical).	Высотный діаметръ (Diamètre vertical basilo-bregmatique).	Продольный наибольшій (Diamètre antéro-postérieur maximum).	115—145 / 160—208
3.	Указатель вертикально-поперечный (Indice transverso-vertical).	Высотный діаметръ (Diamètre vertical basilo-bregmatique).	Наибольшій поперечный (Diamètre transversal maximum).	115—145 / 122—160
4.	Лобный указатель (Indice stèphanique).	Наименьшій лобный (Diamètre frontal minimum).	Наибольшій лобный (Diamètre stephanique).	81—112 / 94—137
5.	Лобно-широтный указатель (Indice frontal).	Наименьшій лобный (Diamètre frontal minimum).	Наибольшій поперечный (Diamètre transversal maximum).	81—112 / 122—160
6.	Указатель проэкціонный (Indice basilaire).	Передняя проэкція (La projection antérieure).	Полная проэкція всего черепа (La projection totale du crane).	81—117 / 161—225
7.	Указатель затылочнаго отверстія (Indice du trou occipital).	Ширина затылочнаго отверстія (Largeur du trou).	Длина затылочнаго отверстія (Longueur du trou).	23—37 / 26—43
8.	Указатель лицевой (Indice facial).	Длина лица (Longeur de la face Ophryo-alveolaire).	Діаметръ щечный (Diamètre bizygomatique).	70—113 / 110—148
9.	Указатель носовой (Indice nasal).	Наибольшая ширина ноздрей (Largeur maximum des narines)	Длина носовой части (Longeur de la région nasale; de la racine du nez a l'épine nasale).	19—31 / 36—60
10.	Указатель глазничный (Indice orbitaire).	Высота орбиты (Hauteur de l'orbite).	Ширина орбиты (Largeur de l'orbite).	26—40 / 34—45
11.	Указатель нёбный (Indice palatin).	Наибольшая ширина нёбнаго свода (Largeur maximum de la voute palatine).	Длина нёбнаго свода (Longeur de la voute palatine).	30—45 / 40—64
12.	Указатель челюстной (Indice mandibulaire).	Длина нижней челюсти (Longeur de la branche de la mandibule).	Длина нижней челюсти отъ сочлененія до гоніона (Longueur de la branche du condyle au gonion).	23—49 / 46—57

Классификація главнѣйшихъ указателей.

Черепной указатель (Indice céphalique).	Долихоцефалы.	Долихоцефалы настоящіе	ниже и до 75 на 100 или	$^{6}/_{8}$
		Субъдолихоцефалы	отъ 75.01 до 77.77 на 100 „	$^{7}/_{9}$
	Мезатицефалы		„ 77.78 „ 80.00 „ 100 „	$^{8}/_{10}$
	Брахицефалы.	Субъбрахицефалы	„ 80.1 „ 83.33 „ 100 „	$^{10}/_{12}$
		Настоящіе брахицефалы	„ 83.33 и выше на 100	
Указатель носовой (Indice nasal).	Лепторины		ниже и до 47.49 „ 100	
	Мезорины		отъ 48 до 52.99 „ 100	
	Платирины		„ 53 и выше	

		Микроземы (microsémes)	Мезоземы (mésosemes)			Мегаземы (mégasemes)		
Общее обозначеніе другихъ показателей.	1. Высотный (vertical)	до 71.99	отъ 72	до	74.99	отъ	75	и выше.
	2. Вертикально-поперечный (transverso-vertical)	„ 91.99	„ 92	„	97.99	„	98	„
	3. Лобно-широтный (frontal)	„ 65.99	„ 66	„	68.99	„	69	„
	4. Лобный (stephanique)	„ 82.99	83	„	86.99	„	87	„
	5. Проэкціонный (basilaire)	„ 48.99	„ 49	„	50.99	„	51	„
	6. Затылочнаго отверстія (du trou occipital)	„ 81.99	„ 82	„	85.99	„	86	„
	7. Лицевой (facial)	„ 65.99	„ 66	„	68.99	„	69	„
	8. Глазничный (orbitaire)	„ 82.99	„ 83	„	88.99	„	89	„
	9. Нёбный (palatin)	„ 70.69	„ 71	„	76.99	„	77	„

Основная таблица

Таблица I. $\left(\frac{1}{1-270}\right)$ (Tableau élémentaire)

1	100.000	31	3.226	61	1.6393	91	1.0989	121	0.8264	151	0.6622	181	0.5525	211	0.4739	241	0.4149
2	50.000	32	3.125	62	1.6129	92	1.08695	122	0.8196	152	0.6579	182	0.5494	212	0.4717	242	0.4132
3	33.3333	33	3.030	63	1.5873	93	1.07527	123	0.8130	153	0.6536	183	0.5464	213	0.4695	243	0.4115
4	25.0000	34	2.941	64	1.5625	94	1.0638	124	0.8064	154	0.6493	184	0.5435	214	0.4673	244	0.4098
5	20.0000	35	2.857	65	1.5384	95	1.0526	125	0.8000	155	0.6451	185	0.5405	215	0.4651	245	0.4081
6	16.6667	36	2.778	66	1.5151	96	1.0416	126	0.7936	156	0.6410	186	0.5376	216	0.4629	246	0.4065
7	14.2857	37	2.703	67	1.4925	97	1.0309	127	0.7874	157	0 6369	187	0.5348	217	0.4608	247	0.4048
8	12.5000	38	2.631	68	1.4706	98	1.0204	128	0.7812	158	0.6328	188	0.5319	218	0.4587	248	0.4032
9	11.1111	39	2.564	69	1.4492	99	1.0101	129	0.7752	159	0.6289	189	0.5291	219	0.4566	249	0.4016
10	10.0000	40	2.500	70	1.4286	100	1.0000	130	0.7692	160	0.6250	190	0.5263	220	0.4545	250	0.4000
11	9.0909	41	2.439	71	1.4084	101	0.9901	131	0.7633	161	0.6211	191	0.5235	221	0.4525	251	0.3984
12	8.3333	42	2.3809	72	1.3889	102	0.9804	132	0.7575	162	0.6173	192	0.5208	222	0.4504	252	0.3968
13	7.6923	43	2.325	73	1.3698	103	0.97087	133	0.7518	163	0.6135	193	0.5181	223	0.4484	253	0.3952
14	7.1428	44	2.2727	74	1.3513	104	0.9615	134	0.7462	164	0.6097	194	0.5154	224	0.4464	254	0.3937
15	6.6667	45	2.222	75	1.3333	105	0.9524	135	0.7407	165	0.6061	195	0.5128	225	0.4444	255	0.3921
16	6.2500	46	2.1739	76	1.3158	106	0.9433	136	0.7353	166	0.6024	196	0.5102	226	0.4425	256	0.3906
17	5.8823	47	2.1276	77	1.2987	107	0.9345	137	0.7299	167	0.5988	197	0.5076	227	0.4405	257	0.3891
18	5.5555	48	2.0833	78	1.2820	108	0.9259	138	0.7246	168	0.5952	198	0.5050	228	0.4386	258	0.3876
19	5.2631	49	2.0403	79	1.2658	109	0.9174	139	0.7194	169	0.5917	199	0.5025	229	0.4367	259	0.3861
20	5.0000	50	2.0000	80	1.2500	110	0.9090	140	0.7143	170	0.5882	200	0.5000	230	0.4348	260	0.3846
21	4.7619	51	1.9607	81	1.23457	111	0.9009	141	0.7092	171	0.5848	201	0.4975	231	0.4329	261	0.3831
22	4.5454	52	1.923	82	1.2195	112	0.8928	142	0.7042	172	0.5814	202	0.4950	232	0.4310	262	0.3817
23	4.3478	53	1.8867	83	1.2048	113	0.8349	143	0.6993	173	0.5780	203	0.4926	233	0.4292	263	0.3802
24	4.1667	54	1.8518	84	1.1904	114	0.8772	144	0.6944	174	0.5747	204	0.4202	234	0.4273	264	0.3788
25	4.0000	55	1.8182	85	1.1764	115	0.86955	145	0.6896	175	0.5714	205	0.4878	235	0.4255	265	0.3773
26	3.8461	56	1.7857	86	1.1628	116	0.8620	146	0.6849	176	0.5682	206	0.4854	236	0.4237	266	0.3759
27	3.7037	57	1.7543	87	1.1494	117	0 8547	147	0.6802	177	0.5649	207	0.4831	237	0.4219	267	0.3745
28	3.571	58	1.724	88	1.1363	118	0.8474	148	0.6756	178	0.5618	208	0.4807	238	0.4202	268	0.3731
29	3.448	59	1.6949	89	1.1236	119	0.8403	149	0.6711	179	0.5585	209	0.4784	239	0.4184	269	0.3717
30	3.333	60	1.6667	90	1.1111	120	0.8333	150	0.6666	180	0.5555	210	0.4762	240	0.4166	270	0.3704

Лицевой указатель

Таблица II. $\left(\frac{70-84}{138-159}\right)$ **(Indice facial (Complèment de l').**

	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159
1	0.7246	0.7194	0.7143	0.7092	0.7042	0.6993	0.6944	0.6896	0.6849	0.6802	0.6756	0.6711	0.6666	0.6622	0.6579	0.6536	0.6493	0.6451	0.6410	0.6369	0.6329	0.6289
70	50.72	50.36	50.00	49.64	49.29	48.95	48.61	48.27	47.94	47.62	47.30	46.98	46.67	46.66	46.05	45.75	45.45	45.16	44.87	44.58	44.30	44.02
71	51.45	51.08	51.71	50.35	50.00	49.65	49.30	48.96	48.63	48.30	47.97	47.65	47.33	47 02	46.71	46.40	46.10	45.80	45.51	45.22	44.94	44.65
72	52.17	51.80	51.43	51.06	50.70	50.35	50.00	49.65	49.31	48.98	48.65	48.32	48.00	47.68	47.37	47.06	46.75	46.45	46.15	45.86	45.57	45.28
73	52.90	52.52	52.14	51.77	51.41	51.05	50.69	50.34	50.00	49.66	49.32	48.99	48.67	48.34	48.03	47.71	47.40	47.09	46.79	46.49	46.20	45.91
74	53.62	53.24	52.86	52.48	52.11	51.75	51.39	51.03	50.68	50.34	50.00	49 66	49.33	49.01	48.68	48.36	48.05	47.74	47.43	47.13	46.83	46.54
75	54.35	53.96	53.57	53.19	52.82	52.45	52.08	51.72	51.37	51.02	50.67	50.33	50.00	49.67	49.34	49.02	48.70	48.38	48.08	47.77	47.47	47.17
76	55.07	54.68	54.28	53.90	53.52	53.15	52.78	52.41	52.55	51.70	51.35	51.01	50.67	50.33	50.00	49.67	49.35	49.03	48.72	48.40	48.10	47.80
77	55.79	55.39	55.00	54.61	54.22	53.84	53.47	53.10	52.74	52.38	52.03	51.68	51.33	50.99	50 66	50.33	50.00	49.67	49.36	49.04	48.73	48.43
78	56.52	56.11	55.71	55.32	54.93	54.54	54.17	53.79	53.42	53.06	52.70	52.35	52.00	51.65	51.32	50.98	50.65	50.32	50.00	49.68	49.37	49.05
79	57.24	56.83	56.43	56.03	55.63	55.24	54.86	54.48	54.11	53.74	53.38	53.02	52.66	52.32	51.97	51.63	51.30	50.96	50.64	50.32	50.00	49.68
80	57.97	57.55	57.14	56.74	56 34	55.94	55.55	55.17	54.79	54.42	54.05	53.69	53.33	52.98	52.63	52.29	51.95	51.61	51.28	50.95	50.63	50.31
81	58.69	58.27	57.86	57.45	57.04	56.64	56.25	55.86	55.48	55.10	54.73	54.36	54.00	53.64	53.29	52.94	52.60	52.26	51.92	51.59	51.27	50.94
82	59.42	58.99	58.57	58.15	57.74	57.34	56.94	56.55	56.16	55.78	55.40	55.03	54.67	54.30	53.95	53.59	53.25	52.90	52.56	52.23	51.90	51.57
83	60.14	59.71	59.28	58.86	58.45	58.04	57.64	57.24	58.85	56.46	56.08	55.70	55.33	54.97	54.60	54.25	53.89	53.55	53.20	52.87	52.53	52.20
84	60.87	60.43	60.00	59.57	59.15	58.74	58.33	57.93	57.53	57.14	56.75	56.37	56.67	55.63	55.26	54.90	54.54	54.19	53.85	53.50	53.16	52.83

Указатель лицевой; различные показатели дѣтскихъ череповъ.

Таблица IV: $\left(\frac{50-80}{106-137}\right)$ (Indice facial; Indices divers des enfants).

	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	
1	0.9433	0.9345	0.9259	0.9174	0.9090	0.9009	0.8928	0.8849	0.8772	0.8695	0.8620	0.8547	0.8474	0.8403	0.8333	0.8264	1
50	47.17	46.73	46.30	45.87	45.45	45.05	44.64	44.25	43.86	43.47	43.10	42.74	42.37	42.02	41.67	41.32	50
51	48.11	47.66	47.22	46.79	46.37	45.95	45.53	45.13	44.74	44.34	43.96	43.59	43.22	42.86	42.50	42.15	51
52	49.05	48.59	48.15	47.71	47.27	46.85	46.43	46.01	45.61	45.21	44.82	44.44	44.06	43.70	43.33	42.97	52
53	49.99	49.53	49.07	48.62	48.18	47.75	47.32	46.90	47.49	46.08	45.69	45.30	44.91	44 54	44.16	43.80	53
54	50.94	50.46	50.—	49.54	49.09	48.65	48.21	47.78	47.37	46.95	46.55	46.15	45.76	45.38	45.—	44.63	54
55	51.88	51.40	50.92	50.46	50.—	49.55	49.10	48.67	48.25	47.82	47.41	47.01	46.61	46.22	45.83	45.45	55
56	52.82	52.33	51.85	51.38	50.91	50.45	50.—	49.55	49.12	48.69	48.27	47.86	47.45	47.06	46.66	46.28	56
57	53.77	53.27	52.78	52.29	51 82	51.35	50.89	50.44	50.—	49.56	49.13	48.72	48.30	47 90	47.50	47.10	57
58	54.71	54.20	53.70	53.21	52.73	52.25	51.78	51.32	50.88	50.43	50.—	49.57	49.15	48.74	48.33	47.93	58
59	55.65	55.14	54.63	54 13	53.64	53.15	52.68	52.21	51.75	51.30	50.86	50.43	50.—	49.58	49.16	48.76	59
60	56.60	56.07	55.55	55.05	54.54	54.05	53.57	53.09	52.63	52.17	51.72	51.28	50.84	50.42	50.—	49.58	60
61	57.50	57.—	56.48	55.96	55.45	54.95	54.46	53.98	53.51	53.03	52.58	52.14	51.69	51.26	50.83	50.41	61
62	58.48	57.94	57.41	56.88	56 36	55.86	55.35	54.86	54.39	53.90	53.44	52.99	52.54	52.11	51.66	51.24	62
63	59.43	58.87	58.33	57.80	57.27	56.76	56.25	55.75	55.26	54.77	54.31	53.85	53.39	52.94	52.50	52.06	63
64	60.37	59.81	59.26	58.71	58.18	57.66	57.14	56.63	56.14	55.64	55.17	54.70	54.23	53.78	53.33	52.89	64
65	61.31	60.74	60.18	59.63	59.09	58.56	58.03	57.52	57.02	56.51	56.03	55.56	55.08	54.62	54.16	53.72	65
66	62.26	61.68	61.11	60.55	60.—	59.46	58.92	58.40	57.90	57.38	56.89	56.41	55.93	55.47	55.—	54.54	66
67	63.20	62.61	62.04	61.47	60.91	60.36	59.82	59.29	58.77	58.25	57.75	57.26	56.78	56.30	55.83	55.34	67
68	64.14	63.55	62.96	62.38	61.82	61.26	60.71	60.17	59.65	59.12	58.62	58.12	57.62	57.14	56.66	56.20	68
69	65.09	64.48	63.89	63.30	62.73	62.16	61.60	61.06	60.53	59.99	59.48	58.97	58.47	57.98	57.50	57.02	69
70	66.03	65.42	64.81	64.22	63.63	63.06	62.50	61.94	61.40	60.86	60.34	59.83	59.32	58.82	58.33	57.85	70
71	66.97	66.35	65.74	65.14	64.54	63.96	63.39	62.83	62.28	61.73	61.20	60.68	60.17	59.66	59.16	58.67	71
72	67.92	67.28	66.66	66.05	65.45	64.86	64.28	63.71	63.16	62.60	62.06	61.54	61.01	60.50	60.—	59.50	72
73	68.86	68.22	67.59	66.97	66.36	65.76	65.17	64.60	64.04	63.47	62.93	62.39	61.86	61.34	60.83	60.33	73
74	69.80	69.15	68.51	67.89	67.27	66.67	66.07	65.48	64.91	64.34	63.79	63.25	62.71	62.18	61.66	61.15	74
75	70.75	70.09	69.44	68.81	68.18	67.57	66.96	66.37	65.79	65.21	64.65	64.10	63.56	63.02	62.50	61.98	75
76	71.69	71.02	70.37	69.72	69.09	68.47	67.85	67.25	66.67	66.08	65.51	64.96	63.40	64.86	63.33	62.81	76
77	72.63	71.96	71.29	70.64	70.—	69.37	68.75	68.14	67.54	66.95	66.37	65.81	64.25	65.70	64.16	63.63	77
78	73.58	72.89	72.22	71.56	70.91	70.27	69.64	69.02	68.42	67.82	67.24	66.67	65.10	66.54	65.—	64.46	78
79	74.52	73.83	73.15	72.48	71.82	71.17	70.53	69.91	69.30	68.69	68.10	67.52	66.94	66.38	65.83	65.29	79
80	75.46	74.76	74.07	73.39	72.72	72.07	71.42	70.79	70.18	69.56	68.96	68.38	67.79	67.22	66.66	66.11	80

	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	
1	0.8196	0.8130	0.8064	0.8000	0.7936	0.7874	0.7812	0.7752	0.7692	0.7633	0.7575	0.7518	0.7462	0.7407	0.7353	0.7299	1
50	40.98	40.65	40.32	40.—	39.68	39.37	39.06	38.76	38.46	38.17	37.88	37.59	37.31	37.04	36.77	36.50	50
51	41.80	41.46	41.13	40.80	40.47	40.16	39.84	39.53	39.23	38.93	38.63	38.34	38.06	37.78	37.50	37.22	51
52	42.62	42.28	41.93	41.60	41.27	40.94	40.62	40.31	40.—	39.69	39.39	39.09	38.80	38.52	38.24	37.95	52
53	43.44	43.09	42.74	42.40	42.06	41.79	41.40	41.09	40.77	40.45	40.15	39.85	39.55	39.26	38.97	38.68	53
54	44.26	43.90	43.55	43.20	42.85	42.52	42.18	41.86	41.54	41.22	40.91	40.60	40.29	40.—	39.71	39.41	54
55	45.08	44.72	44.35	44.—	43.65	43.31	42.97	42.64	42.31	41.98	41.66	41.35	41.04	40.74	40.44	40.14	55
56	45.90	45.53	45.16	44.80	44.44	44.09	43.75	43.41	43.08	42.74	42.42	42.10	41.79	41.48	41.18	40.87	56
57	46.72	46.34	45.96	45.60	45.24	44.88	44.53	44.19	43.84	43.51	43.18	42.85	42.53	42.22	41.91	41.60	57
58	47.54	47.15	46.77	46.40	46.03	45.67	45.31	44.96	44.61	44.27	43.94	43.60	43.28	42.96	42.65	42.33	58
59	48.36	47.97	47.58	47.20	46.82	46.46	46.09	45.74	45.38	45.03	44.69	44.36	44.03	43.70	43.38	43.06	59
60	49.18	48.78	48.38	48.—	47.62	47.24	46.87	46.51	46.15	45.80	45.45	45.11	44.77	44.44	44.12	43.79	60
61	50.—	49.59	49.19	48.80	48.41	48.03	47.65	47.29	46.92	46.56	46.21	45.86	45.52	45.18	44.85	44.52	61
62	50.82	50.41	50.—	49.60	49.31	48.82	48.43	48.06	47.69	47.32	46.97	46.61	46.26	45.92	45.59	45.25	62
63	51.63	51.22	50.80	50.40	50.—	49.61	49.22	48.84	48.46	48.09	47.72	47.36	47.01	46.66	46.32	45.98	63
64	52.45	52.03	51.61	51.20	50.79	50.39	50.—	49.61	49.23	48.85	48.48	48.12	47.76	47.40	47.06	46.71	64
65	53.27	52.85	52.42	52.—	51.58	51.18	50.78	50.39	50.—	49.61	49.24	48.87	48.50	48.15	47.79	47.44	65
66	54.09	53.66	53.22	52.80	52.38	51.97	51.55	51.16	50.77	50.38	50.—	49.62	49.25	48.89	48.53	48.17	66
67	54.91	54.47	54.03	53.60	53.17	52.76	52.34	51.94	51.54	51.14	50.75	50.37	50.—	49.63	49.27	48.90	67
68	55.73	55.28	54.84	54.40	53.96	53.54	53.12	52.71	52.31	51.90	51.51	51.12	50.74	50.37	49.—	49.63	68
69	56.55	56.10	55.64	55.20	54.76	54.33	53.90	53.49	53.07	52.67	52.27	51.87	51.49	51.11	50.74	50.36	69
70	57.37	56.91	56.45	56.—	55.55	55.12	54.68	54.26	53.84	53.43	53.03	52.63	52.23	51.85	51.47	51.09	70

Таблица VI: $\left(\frac{80-112}{94-137}\right)$

	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
1	1.0638	1.0526	1.0416	1.0309	1.0204	1.0101	1.0000	0.9901	0.9804	0.97087	0.9615	0.9524	0.9433	0.9345	0.9259	0.9174	0.9090	0.9009	0.8928	0.8849	0.8772
80	85.10	84.21	83.33	82.47	81.63	80.81	80.—	79.21	78.43	77.67	76.92	76.19	75.46	74.76	74.07	73 39	72.72	72.07	71.42	70.79	70.18
81	86.17	85.26	84.37	83.50	82.65	81.82	81.—	80.20	79.41	78.64	77.88	77.14	76.41	75.69	75.—	74.31	73.63	72.97	72.32	71.68	71.05
82	87.23	86.31	85.41	84.53	83.67	82.83	82.—	81.19	80.39	79.61	78.84	78.09	77.35	76.63	75.92	75.23	74.54	73.87	73.21	72.56	71.93
83	88.30	87.37	86.46	85.57	84.69	83.84	83.—	82.18	81.37	80.58	79.81	79 05	78.29	77.56	76.85	76.15	75.45	74.77	74.10	73.45	72.81
84	89.36	88.42	87.50	86.60	85.71	84.85	84.—	83.17	82.35	81.55	80.77	80.00	79.24	78.50	77.78	77.06	76.36	75.67	75.00	74.33	73.68
85	90.42	89.47	88.54	87.63	86.73	85.86	85.—	84.16	83.33	82.52	81.73	80.95	80.18	79.43	78.70	77.98	77.27	76.58	75.19	75.22	74.56
86	91.49	90.52	89.58	88.66	87.75	86.87	86.—	85.15	84.31	83.49	82.69	81.90	81.12	80.37	79.63	78.90	78.17	77.48	76.78	76.10	75.44
87	92.55	91.58	90.62	89.69	88.77	87.88	87.—	86.14	85.29	84.47	83.65	82.86	82.07	81.30	80,55	79.81	79.03	78.38	77.67	76.99	76.32
88	93.62	92.63	91.66	90.72	89.79	88.89	88.—	87.13	86.27	85.44	84.61	83.81	83.01	82.24	81.48	80.73	80.—	79.28	78.57	77.87	77.19
89	94.68	93.68	92.71	91.75	90.81	89.90	89.—	88.12	87.25	86.41	85.58	84.76	83.95	83.17	82.41	81.65	80.91	80.18	79.46	78.76	78.07
90	95.74	94.74	93.75	92.78	91.84	90.91	90.—	89.11	88.23	87.38	86.54	85.71	84.90	84.11	83.33	82.57	81.82	81.08	80.35	79.64	78.95
91	96.81	95.79	94.79	93.81	92.86	91.92	91.—	90.10	89.21	88.35	87.50	86.67	85.84	85.04	84.26	83.48	82.72	81.98	81.24	80.53	79.83
92	97.87	96.84	95.83	94.84	93.88	92.93	92.—	91.09	90.19	89.32	88.46	87.62	86.78	85.97	85.18	84.40	83.63	82.88	82.14	81.41	80.70
93	98.93	97.89	96.87	95.88	94.90	93.94	93.—	92.08	91.18	90.29	89.42	88.57	87.73	86.91	86.11	85.32	84.54	83.78	83.03	82.30	81.58
94	100.	98.95	97.91	96.91	95.92	94.95	94.—	93.07	92.16	91.26	90.38	89.52	88.67	87.84	87.03	86.24	85.45	84.68	83.92	83.18	82.46
95	101.06	100.—	98.96	97.94	96.94	95.96	95.—	94.06	93.14	92.23	91.34	90.47	89.61	88.78	87.96	87.15	86.36	85.59	84.82	84.07	83.33
96	102.13	101.05	100.—	98.97	97.96	96.97	96.—	95.05	94.12	93.20	92.31	91.43	90.56	89.71	88.89	88.07	87.26	86.49	85.71	84.95	84.21
97	103.19	102.10	101.04	100.—	98.98	97.98	97.—	96.04	95.10	94.17	93.27	92.38	91.50	90.65	89.81	88.99	88.17	87.39	86.60	85.84	85.09
98	104.25	103.16	102.08	101.03	100.—	98.99	98.—	97.03	96.08	95.14	94.23	93.33	92.44	91.58	90.74	89.91	89.08	88.29	87.49	86.72	85.97
99	105.32	104.21	103.12	102.06	101.02	100.—	99.—	98.02	97.06	96.11	95.19	94.28	93.39	92.52	91.66	90.82	90.00	89.19	88.39	87.61	86.84
100	106.38	105.26	104.17	103.09	102.04	101.01	100.—	99.01	98.04	97.09	96.15	95.24	94.33	93.45	92.59	91.74	90.91	90.09	89.28	88.49	87.72
101		106.31	105.21	104.12	103.06	102.02	101.—	100.—	99.02	98.06	97.11	96.19	95.27	94.38	93.52	92.66	91.82	90.99	90.17	89.37	88.60
102			106.25	105.15	104.08	103.03	102.—	100.99	100.—	99.03	98.07	97.14	96.22	95.32	94.44	93.58	92.73	91.89	91.07	90.26	89.47
103				106.18	105.10	104.04	103.—	101 98	100.98	100.00	99.04	98.09	97.16	96.25	95.37	94.49	93.63	92.79	91.96	91.14	90.35
104					106.12	105.05	104.—	102.97	101.96	100.97	100.—	99.05	98.10	97.19	96.29	95.41	94 54	93.69	92.85	92.03	91.23
105						106.06	105.—	103.96	102.94	101.94	100.96	100.—	99.05	98.12	97.22	96.33	95.45	94.59	93.74	92.91	92.11
106							106.—	104.95	103.92	102.91	101.92	100.95	100.—	99.06	98.15	97.24	96.35	95.50	94.64	93.80	92.98
107								105.94	104.90	103.88	102.88	101.90	100.93	100.—	99.07	98.16	97.26	96.40	95.53	94.68	93.86
108									105.88	104.85	103.84	102.85	101.88	100 93	100.—	99.08	98.17	97.30	96.42	95.57	94.74

151	71.56	71.07	70.89	70.56	70.23	69.91	69.59	69.27	68.95	68.64	68.32	68.02	67.71	67.41	67.11
152	72.04	71.54	71.36	71.03	70.70	70.37	70.05	69.72	69.41	69 09	68.78	68.47	68.16	67.86	67.55
153	72.51	72.01	71.83	71.50	71.16	70.83	70.51	70.18	69.86	69.54	69.23	68.92	68.61	68.30	68.—
154	72.99	72.49	72.30	71.96	71.63	71.30	70.97	70.64	70.32	70.—	69.68	69.37	69.06	68.75	68.44
155	73.46	72.96	72.77	72.43	72.09	71.76	71.43	71.10	70.78	70.45	70.13	69.82	69.51	69.20	68.89
156	73.93	73.43	73.24	72.90	72.56	72.22	71.89	71.56	71.23	70.91	70.59	70.27	69.95	69.64	69.33
157	74.41	73.90	73.71	73.36	73.—	72.68	72.35	72.02	71.69	71.36	71.04	70.72	70.40	70.09	69.78
158	74.88	74.37	74.18	73.83	73.49	73.15	72.81	72.48	72.15	71.82	71.49	71.17	70.85	70.53	70.22
159.	75.35	74.87	74.65	74.30	73.95	73.61	73.27	72.93	72.60	72.27	71.94	71.62	71.30	70.98	70.67
160	75.83	75.31	75.12	74.77	74.42	74.07	73.73	73.39	73.06	72.73	72.40	72.07	71.75	71.43	71.11

юбный. Indice stéphanique

117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	
.8547	0.8474	0.8403	0.8333	0.8264	0.8196	0.8130	0.8064	0.8000	0.7936	0.7874	0.7812	0.7752	0.7692	0.7633	0.7575	0.7518	0.7462	0.7407	0.7353	0.7299	
68.38	67.79	67.22	66.66	66.11	65.57	65.04	64.51	64.00	63.49	62.99	62.50	62.02	61.54	61.07	60.60	60.14	59.70	59.26	58.82	58.39	80
69.23	68.64	68.06	67.50	67.94	66.39	65.85	65.32	64.80	64.28	63.78	63.28	62.79	62.31	61.83	61.36	60.90	60.44	60.00	59.56	59.12	81
70.09	69.49	68.90	68.33	67.77	67.21	66.67	66.12	65.60	65.08	64.57	64.06	63.57	63.07	62.59	62.12	61.65	61.19	60.74	60.29	59.85	82
70.94	70.33	69.75	69.16	68.59	68.03	67.48	66.93	66.40	65.87	65.35	64.84	64.34	63.84	63.35	62.87	62.40	61.93	61.48	61.03	60.58	83
71.79	71.18	70.59	70.—	69.42	68.85	68.29	67.74	67.20	66.66	66.14	65.62	65.12	64.61	64.12	63.63	63.15	62.68	62.22	61.77	61.31	84
72.65	72.03	71.43	70.83	70.24	69.67	69.10	68.55	68.—	67.46	66.93	66.40	65.89	65.38	64.88	64.39	63.91	63.43	62.96	62.50	62.04	85
73.50	72.88	72.27	71.66	71.07	70.49	69.92	69.35	68.80	68.25	67.71	67.18	66.67	66.15	65.65	65.15	64.66	64.18	63.70	63.23	62.77	86
74.36	73.72	73.11	72.50	71.90	71.31	70.73	70.16	69.60	69.04	68.50	67.97	67.44	66.92	66.41	65.91	65.41	64.92	64.44	63.97	63.50	87
75.21	74.57	73.95	73.33	72.72	72.13	71.54	70.96	70.40	69.84	69.29	68.75	68.21	67.69	67.17	66.67	66.16	65.67	65.18	64.70	64.23	88
76.07	75.42	74.79	74.16	73.55	72.95	72.35	71.77	71.20	70.63	70.08	69.53	68.99	68.46	67.94	67.42	66.91	66.41	65.92	65.44	64.96	89
76.92	76.27	75.63	75.—	74.37	73.77	73.17	72.58	72.—	71.43	70.86	70.31	69.76	69.23	68.70	68.18	67.57	67.16	66.67	66.17	65.69	90
77.78	77.11	76.47	75.83	75.20	74.59	73.98	73.38	72.80	72.22	71.65	71.09	70.54	70.00	69.46	68.94	68.42	67.91	67.41	66.91	66.42	91
78.63	77.96	77.31	76.67	76.03	75.41	74.79	74.19	73.60	73.01	72.44	71.87	71.32	70.77	70.23	69.69	69.17	68.65	68.15	67.64	67.15	92
79.49	78.81	78.15	77.50	76.85	76.23	75.61	75.—	74.40	73.81	73.23	72.65	72.09	71.54	70.99	70.45	69.92	69.40	68.89	68.38	67.88	93
80.34	79.66	78.99	78.33	77.68	77.05	76.42	75.80	75.20	74.60	74.01	73.43	72.87	72.30	71.75	71.21	70.67	70.15	69.63	69.11	68.61	94
81.20	80.50	79.83	79.16	78.50	77.87	77.23	76.61	76.—	75.39	74.80	74.22	73.64	73.07	72.52	71.97	71.43	70.89	70.37	69.85	69.34	95
2.05	81.35	80.67	80.—	79.33	78.69	78.05	77.42	76.80	76.19	75.59	75.—	74.42	73.84	73.28	72.72	72.18	71.64	71.11	70.59	70.07	96
2.91	82.20	81.51	80.83	80.16	79.51	78.86	78.22	77.60	76.98	76.38	75.78	75.19	74.61	74.04	73.48	72.93	72.38	71.85	71.32	70.80	97
3.76	83.05	82.35	81.67	80.98	80.33	79.67	79.03	78.40	77.77	77.16	76.56	75.97	75.38	74.81	74.24	73.68	73.13	72.59	72.06	71.53	98
4.62	83.89	83.19	82.50	81.82	81.15	80.48	79.84	79.20	78.57	77.95	77.34	76.74	76.15	75.57	75.—	74.43	73.88	73.33	72.79	72.26	99
5.47	84.74	84.07	83.33	82.64	81.97	81.30	80.64	80.00	79.37	78.74	78.12	77.52	76.92	76.33	75.76	75.18	74.62	74.07	73.53	72.99	100
6.33	85.59	84.87	84.16	83.46	82.79	82.11	81.45	80.80	80.16	79.52	78.90	78.29	77.69	77.10	76.52	75.94	75.37	74 81	74.26	73.72	101
7.18	86.44	85.72	85.—	84.29	83.61	82.92	82.25	81.60	80.96	80.31	79.68	79.07	78.46	77.86	77.27	76.69	76.12	75.55	75.—	74.45	102
8.03	87.28	86.56	85.83	85.12	84.42	83.74	83.06	82.40	81.75	81.10	80.47	79.84	79.23	78.62	78.03	77.44	76.86	76.29	75.73	75.18	103
8.89	88.13	87.40	86.67	85.94	85.24	84.55	83.87	83.20	82.53	81.89	81.25	80.62	80.—	79.39	78.79	78.19	77.61	77.03	76.47	75.19	104
9.74	88.98	88.24	87.50	86.77	86.06	85.36	84.67	84.—	83.32	82.67	82.03	81.39	80.77	80.15	79.54	78.94	78.35	77.78	77.20	76.64	105
0.60	89.83	89.08	88.33	87.59	86.88	86.18	85.48	84.80	84.12	83.46	82.81	82.17	81.54	80.91	80.30	79.69	79.10	78.52	77.94	77.37	106
1.45	90.67	89.92	89.16	88.42	87.70	86.99	86.29	85.60	84.92	84.25	83.59	82.94	82.30	81.68	81.06	80.45	79.85	79.26	78.67	78.10	107
2.31	91.52	90.76	90.—	89.25	88.52	87.80	87.09	86.40	85.71	85.04	84.37	83.72	83.07	82.44	81.82	81.20	80.59	80.—	79.41	78.83	108
.16	92.57	91.60	90.83	90.07	89.34	88.61	87.90	87.20	86.50	85.82	85.15	84.49	83.84	83.20	82.58	81.95	81.34	80.74	80.14	79.56	109
.02	93.21	92.44	91.67	90.90	90.16	89.43	88.71	88.—	87.30	86.61	85.93	85.27	84.61	83.97	83.33	82.70	82.08	81.48	80.89	80.29	110
.87	94.06	93.28	92.50	91.73	90.98	90.24	89.51	88.80	88.09	87.40	86.71	86.04	85.38	84.73	84.09	83.45	82.83	82.22	81.62	81.02	111
.78	94.91	94.12	93.33	92.55	91.80	91.05	90.32	89.60	88.88	88.19	87.50	86.82	86.15	85.49	84.85	84.21	83.58	82.96	82.35	81.75	112

Таблица VII: $\left(\frac{23 - 50}{35 \quad 70}\right)$ **Указатель нёбный и челюст**

23	65.71	63.89	62.16	60.52	58.97	57.50	56.10	54.76	53.49	52.27	51.11	50 —	48.93	47.92	46.94	46.—	45.10
24	68.57	66.97	64.86	63.16	61.54	60.00	58.54	57.14	55.81	54.54	53.33	52.17	51.06	50.—	48.98	48.—	47.06
25	71.43	69.44	67.57	65.79	64.70	62.50	60.97	59.52	58.14	56.82	55.55	54.35	53.19	52.08	51.02	50.—	49.02
26	74.28	72.22	70.27	68.42	66.67	65.00	63.41	61.90	60.46	59.09	57.78	56.52	55.32	54.17	53.06	52.—	50.98
	35	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**	**51**
1	2.857	2.778	2.703	2.631	2.564	2.500	2.439	2.381	2.325	2.272	2.222	2.174	2.1276	2.0833	2.0408	2.000	1.9607
27	77.14	75.00	72.98	71.03	69.23	67.50	65.85	64.28	62.79	61.36	60.—	58.69	57.44	56.25	55.10	54.—	52.94
28	80.—	77.77	75.68	73.67	71.79	70.—	69.29	66.66	65.11	63.63	62.22	60.87	59.57	58.33	57.14	56.—	54.90
29	82.86	80.54	78.38	76.30	74.35	72.50	70.73	69.04	67.44	65.91	64.44	63.04	61.70	60.41	59.18	58.—	56.86
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
30	85.91	83.31	81.08	78.93	76.92	75.—	73.17	71.43	69.76	68.18	66.66	65.21	63.83	62.50	61.22	60.—	58.82
31	88.57	86.09	83.76	81.56	79.48	77.50	75.61	73.81	72.08	70.45	68.89	67.39	65.95	64.58	63.26	62.—	60.78
32	91.43	88.89	86.48	84.21	81.05	80.—	78.05	76.19	74.42	72.72	71.11	69.56	68.08	66.67	65.30	64.—	62.75
33	94.28	91.67	89.19	86.84	84.61	82.50	80.48	78.57	76.74	75.—	73.33	71.73	70.20	68.75	67.34	66.—	64.71
34	97.14	94.44	91.89	89.47	87.18	85.—	82.92	80.95	79.07	77.27	75.55	73.91	72.34	70.83	68.39	68.—	66.67
35	100.—	97.22	94.59	92.10	89.74	87.50	85.36	83.33	81.39	79.54	77.77	76.08	75.46	72.92	71.42	70.—	68.63
36	102.85	100.—	97.30	94.73	92.30	90.—	87.80	85.71	83.72	81.82	80.—	78.26	77.59	75.—	73.46	72.—	70.59
37	105.71	102.78	100.—	97.37	94.87	92.50	90.24	88.09	86.04	84.09	82.22	80.42	79.72	77.08	75.51	74.—	72.55
38	108.57	105.55	102.71	100.—	97.43	95.—	92.68	90.47	88.37	86.36	84.44	82.61	81.85	79.17	77.55	76.—	74.51
39	111.42	108.33	105.41	102.63	100. –	97.50	95.12	92.85	90.69	88.63	86.66	84.78	83.98	81.25	79.59	78.—	76.47
40	114.28	111.12	108.12	105.26	102.56	100.—	97.56	95.24	93.01	90.90	88.89	86.95	85.10	83.33	81.63	80.—	78.43
41	117.14	113.90	110.82	107.87	105.12	102.50	100.—	97.62	95.33	93.16	91.10	89.13	87.23	85.42	83.67	82.—	80.39
42	120.—	116.68	113.53	110.51	107.69	105.—	102.44	100.—	97.65	95.43	93.32	91.30	89.36	87.50	85.71	84.—	82.35
43	122.85	119 46	116.23	113.11	110.25	107.50	104.88	102.38	99.98	97.71	95.55	93.48	91.48	89.58	87.75	86 —	84 31
44	125.71	122.23	118.93	115.77	112.82	110.—	107.32	104.76	102.30	99.99	97.77	95.65	93.61	91.67	89.79	88.—	86.27
45	128.57	125.01	121.64	118.40	115.38	112.50	109.75	107.14	104.63	102.26	99.99	97.83	95.74	93.75	91.83	90.—	88.23
46	131.42	127.79	124.34	121.03	117.94	115.—	112.20	109.52	106.95	104.53	102.21	100.—	97.87	95.85	93.87	92.—	90.20
47	134.28	130.57	127.04	123.66	120.51	117.50	114.63	111.90	109.28	106.80	104.43	102.17	99.99	97.92	95.91	94.—	92.16
48	137.14	133.35	129.74	126.29	123.07	120.—	117.07	114.28	111.60	109.07	106.65	104.35	102.12	100.—	97.95	96.—	94.12
49	140.—	136.11	132.45	128.92	125.64	122.50	119.51	116.66	113.93	111.34	108.88	106.52	104.24	102.08	100.—	98.—	96.08
50	142.82	138.90	135.15	131.55	128.30	125.—	121.95	119.05	116.25	113.60	111.10	108.70	106.38	105.16	102.04	100.—	98.04
0.50	1.42	1.38	1.35	1.31	1.28	1.25	1.22	1.19	1.16	1.13	1.11	1.08	1.06	1.05	1.02	1.—	0.98

e Palatin et Mandibulaire.

9	42.59	41.82	41.07	40.35	39.65	38.98	38.33	37.70	37.09	36.51	35.94	35.38	34.85	34.33	33.82	33.33	32.86	23
9	44.44	43.64	42.86	42.10	41.38	40.68	40.—	39.34	38.71	38.09	37.50	36.92	36.36	35.82	35.29	34.78	34.28	24
7	46.29	45.45	44.64	43.86	43.10	42.37	41.67	40.98	40.32	39.68	39.06	38.46	37.88	37.31	36.76	36.23	35.71	25
5	48.15	47.27	46.43	45.61	44.83	44.06	43.33	42.62	41.93	41.27	40.62	40.00	39.39	38.80	38.23	37.68	37.14	26
3	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**	**61**	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**	
7	1.8518	1.818	1.7857	1.7543	1.724	1.6949	1.6667	1.6393	1.6129	1.5873	1.5625	1.5984	1.5151	1.4925	1.4706	1.4492	1.4286	1
4	50.—	49.09	48.21	47.37	46.55	45.76	45.—	44.26	43.55	42.86	42.19	41.54	40.91	40.30	39.71	39.18	38.57	27
3	51.85	50.91	50.—	49.12	48.27	47.45	46.66	49.90	45.16	44.44	43.75	43.08	42.42	41,79	41.18	40.58	40.—	28
1	53.70	52.72	51.78	50.88	50.—	49.15	48.33	47.54	46.77	46.03	45.31	44.61	43.94	43.28	42.65	42.03	41.43	29
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0	55.55	54.54	53.57	52.63	51.72	50.84	50.—	49.18	48.39	47.62	46.87	46.15	45.45	44.78	44.11	43.48	42.86	30
9	57.41	56.36	55.36	54.38	53.54	52.54	51.67	50.82	50.—	49.21	48.44	47.69	46.97	46.27	45.59	44.93	44.29	31
7	59.26	58.18	57.14	56.14	55.17	54.23	53.34	52.46	51.61	50.79	50.—	49.23	48.48	47.76	47.06	46.37	45.72	32
6	61.11	59.99	58.93	57.89	56.89	55.92	55.—	54.10	53.23	52.38	51.56	50.77	50.—	49.25	48.53	47.82	47.14	33
5	62.96	61.81	60.71	59.65	58.62	57.65	56.67	55.74	54.84	53.97	53.13	52.31	51.51	50.75	50.—	49.27	48.57	34
3	64.81	63.63	62.50	61.40	60.34	59.31	58.34	57.38	56.45	55.56	54.69	53.84	53.03	52.24	51.47	50.72	50.—	35
2	66.66	65.45	64.29	63.15	62.06	61.01	60.—	59.02	58.06	57.14	56.25	55.38	54.54	53.73	52.94	52.17	51.43	36
1	68.52	67.27	66.07	64.91	63.78	62.70	61.67	60.65	59.68	58.73	57.81	56.92	56.06	55.22	54.41	53.62	52.86	37
9	70.37	69.08	67.86	66.66	65.51	64.40	63.34	62.29	61.29	60.32	59.38	58.46	57.57	56.72	55.88	55.07	54.29	38
8	72.22	70.90	69.64	68.42	67.24	66.09	65.01	63.93	62.90	61.91	60.94	60.—	59.09	58.21	57.35	56.52	55.72	39
7	74.07	72.72	71.43	70.17	68.96	67.79	66.67	65.57	64.51	63.49	62.50	61.53	60.60	59.70	58.82	37.97	57.14	40
5	71.92	74.54	73.21	71.93	70.68	69.48	68 38	67.21	66.13	65.08	64.07	63.07	62.12	61.19	60.29	59.42	58.57	41
4	77.78	76.36	75.—	73.68	72.41	71.18	70.01	68.85	67.74	66.67	65.63	64.61	63.63	62.69	61.77	60.87	60.—	42
2	79.63	78.17	76.79	75.43	74.13	72.87	71.67	70.49	69.35	68.25	67.19	66.15	65.15	64.18	63.24	62.32	61.43	43
1	81.48	79.99	78.57	77.19	75.86	74.57	73.34	72.13	70.97	69.84	68.76	67.69	66.66	65.67	64.71	63.76	62.86	44
0	83.33	81.81	80.36	78.95	77.58	76.26	75.01	73.77	72.58	71.43	70.32	69.23	68.17	67.16	66.18	65.21	64.29	45
9	85.18	83.63	81.14	80.70	79.30	77.96	76.67	75.41	74.19	73.02	71.88	70.77	69.69	68.66	67.65	66.66	65.72	46
7	87.03	85.44	83.93	82.45	81.03	79.65	78.34	77.05	71.81	74.60	73.44	72.30	71.21	70.15	69.12	68.11	67.14	47
6	88.89	87.26	85.71	84.21	82.75	81.35	80.01	78.67	77.42	76.19	75.01	73.84	72.72	71.64	70.59	69.56	68.57	48
5	90.74	89.08	87.50	85.96	84.48	83.04	81.67	80.33	79.03	77.78	76.57	75.38	74 24	73.13	72.06	71.01	70.—	49
4	92.59	90.90	89.29	87.72	86.20	84.74	83.34	81.97	80.64	79.37	78.13	76.92	75.75	74.63	73.58	72.46	71.43	50
4	0.92	0.91	0.89	0.87	0.86	0.84	0.83	0.82	0.81	0.79	0.78	0.76	0.75	0.74	0.73	0.72	0.71	0.50

Носовой указатель. Indice nasal.

	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
1	2.777	2.7027	2.6315	2.564	2.500	2.439	2.3809	2.325	2.2727	2.2222	2.1739	2.1276	2.0833	2.0408	2.000	1.9607	1.923	1.8867	1.8518	1.818	1.7857	1.7543	1.724	1.6949	1.6666
16	44.44	43.24	42.10	41.02	40.—	39.02	38.09	37.20	36.36	35.55	34.78	34.04	33.33	32.65	32.—	31.37	30.77	30.19	29.63	29.09	28.57	28.07	27.58	27.12	26.67
17	47.22	45.95	44.74	43.59	42.50	41.46	40.48	39.53	38.64	37.77	36.96	36.17	35.42	34.69	34.—	33.33	32.69	32.07	31.48	31.91	30.36	29.82	29.31	28.81	28.33
18	50.—	48.65	47.36	46.15	45.—	43.90	42.85	41.86	40.91	40.—	39.13	38.29	37.50	36.73	36.—	35.29	34.61	33.96	33.33	32.73	32.14	31.58	31.03	30.51	30.—
19	52.78	51.35	49.99	48.71	47.50	46.34	45.24	44.18	43.18	42.22	41.30	40.42	39.58	38.77	38.—	37.25	36.53	35.85	35.18	34.54	33.93	33.33	32.76	32.20	31.66
20	55.55	54.05	52.62	51.28	50.—	48.78	47.62	46.51	45.45	44.44	43.48	42.55	41.65	40.81	40.—	39.21	38.46	37.73	37.03	36.36	35.71	35.09	34.48	33.90	33.33
21	58.33	56.76	55.25	53.84	52.50	51.22	50.—	48.83	47.72	46.66	45.65	44.68	43.75	42.85	42.—	41.17	40.38	39.62	38.89	38.18	37.50	36.84	36.20	35.59	35.—
22	61.11	59.46	57.88	56.41	55.—	53.66	52.38	51.16	50.—	48.89	47.82	46.81	45.83	44.90	44.—	43.13	42.30	41.51	40.74	40.—	39.28	38.59	37.93	37.28	36.66
23	63.88	62.16	60.51	58.97	57.50	56.09	54.76	53.49	52.27	51.11	50.—	48.93	47.91	46.94	46.—	45.09	44.23	43.39	42.59	41.81	41.07	40.35	39.65	38.98	38.33
24	66.55	64.86	63.14	61.53	60.—	58.53	57.14	55.81	54.54	53.33	52.17	51.63	50.—	48.98	48.—	47.05	46.15	45.28	44.44	43.63	42.85	42.10	41.38	40.67	40.—
25	69.43	67.57	65.77	64.10	62.50	60.97	59.52	58.13	56.82	55.55	54.34	53.19	52.08	51.02	50.—	49.01	48.07	47.17	46.29	45.45	44.64	43.86	43.10	42.37	41.66
26	72.20	70.27	68.40	66.66	65.—	63.41	61.90	60.46	59.09	57.78	56.52	55.32	54.16	53.06	52.—	50.98	50.—	49.05	48.15	47.27	46.43	45.61	44.82	44.06	43.33
27	74.98	72.98	71.03	69.23	67.50	65.85	64.28	62.79	61.36	60.—	58.69	57.44	56.25	55.10	54.—	52.94	51.92	50.94	50.—	49.09	48.21	47.37	46.55	45.76	45.—
28	77.76	75.68	73.67	71.79	70.—	68.29	66.66	65.11	63.63	62.22	60.87	59.57	58.33	57.14	56.—	54.90	53.86	52.83	51.85	50.91	50.—	49.12	48.27	47.45	46.66
29	80.54	78.38	76.30	74.35	72.50	70.73	69.04	67.44	65.91	64.44	63.04	61.70	60.41	59.18	58.—	56.86	55.77	54.71	53.70	52.72	51.78	50.88	50.—	49.15	48.33
30	83.33	81.08	78.93	76.92	75.—	73.17	71.43	69.76	68.15	66.66	65.21	63.83	62.50	61.22	60.—	58.82	57.69	56.60	55.55	54.54	53.57	52.63	51.72	50.84	50.—
31	86.09	83.78	81.56	79.48	77.50	75.61	73.81	72.08	70.45	68.89	67.39	65.95	64.58	63.26	62.—	60.78	59.61	58.49	57.41	56.36	55.36	54.38	53.44	52.54	51.66
0.50	1.3888	1.3513	1.315	1.28	1.25	1.22	1.19	1.16	1.13	1.11	1.08	1.06	1.04	1.02	1.—	0.98	0.96	0.94	0.92	0.91	0.89	0.87	0.86	0.84	0.83

Носовой указатель. Indice nasal.

	36.5	37.5	38.5	39.5	40.5	41.5	42.5	43.5	44.5	45.5	46.5	47.5	48.5	49.5	50.5	51.5	52.5	53.5	54.5	55.5	56.5	57.5	58.5	59.5	60.5
1	2.7402	2.6671	2.5977	2.532	2.4695	2.4099	2.3529	2.2988	2.2478	2.1979	2.1507	2.1054	2.062	2.0204	1.9808	1.9418	1.9048	1.8692	1.8349	1.8018	1.770	1.7391	1.7094	1.6807	1.6529
16	43.84	42.67	41.56	40.51	39.51	38.56	37.64	36.78	35.96	35.17	34.41	33.69	32.99	32.33	31.68	31.07	30.48	29.91	29.36	28.83	28.32	27.83	27.35	26.89	26.45
17	46.58	45.34	44.16	43.04	41.98	40.97	40.—	39.08	38.20	37.36	36.56	35.79	35.05	34.35	33.67	33.01	32.38	31.78	31.19	30.63	30.09	29.56	29.06	28.57	28.10
18	49.32	48.01	46.76	45.58	44.45	43.38	42.35	41.38	40.45	39.56	38.71	37.90	37.12	36.37	35.65	34.95	34.29	33.65	33.03	32.43	31.86	31.30	30.77	30.25	29.75
19	52.06	50.67	49.36	48.11	46.92	45.79	44.71	43.68	42.70	41.76	40.86	40.—	39.18	38.39	37.63	36.89	36.19	35.51	34.86	34.23	33.63	33.04	32.48	31.93	31.41
20	54.80	53.34	51.95	50.64	49.39	48.20	47.06	45.98	44.95	43.96	43.01	42.11	41.24	40.41	39.61	38.84	38.10	37.38	36.70	36.04	35.40	34.78	34.19	33.61	33.06
21	57.54	56.01	54.55	53.17	51.86	50.61	49.41	48.27	47.19	46.16	45.16	44.21	43.30	42.43	41.59	40.78	40.—	39.25	38.53	37.84	37.17	36.52	35.90	35.29	34.71
22	60.28	58.68	57.15	55.70	54.33	53.02	51.76	50.57	49.44	48.35	47.32	46.32	45.36	44.45	43.57	42.72	41.91	41.12	40.37	39.61	38.94	38.26	37.61	36.98	36.36
23	63.02	61.34	59.75	58.24	56.80	55.43	54.12	52.87	51.69	50.55	49.47	48.42	47.43	46.47	45.55	44.66	43.81	42.99	42.20	41.44	40.71	40.—	39.31	38.66	38.02
24	65.76	64.01	62.34	60.77	59.27	57.85	56.47	55.17	53.94	52.75	51.62	50.53	49.49	48.49	47.53	46.60	45.71	44.86	44.04	43.24	42.48	41.74	41.03	40.34	39.67
25	68.51	66.68	64.94	63.30	61.74	60.25	58.82	57.47	56.18	54.95	53.77	52.64	51.55	50.51	49.51	48.55	47.62	46.73	45.87	45.05	44.25	43.48	42.74	42.02	41.32
26	71.24	69.34	67.54	65.83	64.21	62.66	61.18	59.77	58.43	57.15	55.92	54.74	53.61	52.58	51.49	50.49	49.52	48.60	47.71	46.85	46.02	45.22	44.44	43.70	42.96
27	73.98	72.01	70.14	68.36	66.68	65.07	63.53	62.07	60.53	59.34	58.07	56.85	55.67	54.55	53.47	52.43	51.43	50.47	49.54	48.65	47.79	46.96	46.15	45.38	44.63
28	76.72	74.68	72.74	70.89	69.15	67.47	65.88	64.37	62.92	61.54	60.22	58.95	57.72	56.57	55.45	54.37	53.33	52.34	51.37	50.45	49.56	48.69	47.86	47.06	46.28
29	79.46	77.35	75.33	73.43	71.62	69.89	68.23	66.66	65.17	63.74	62.37	61.06	59.80	58.59	57.43	56.31	55.23	54.21	53.21	52.25	51.33	50.43	49.57	48.74	47.93
30	82.20	80.01	77.93	75.96	74.09	72.29	70.59	68.96	67.42	65.94	64.52	63.16	61.86	60.61	59.41	58.25	57.14	56.08	55.05	54.05	53.10	52.17	51.28	50.42	49.59
31	84.94	82.68	80.53	78.49	76.55	74.71	72.94	71.26	69.67	68.18	66.67	65.27	63.92	62.63	61.39	60.20	59.04	57.95	56.88	55.86	54.87	53.91	52.99	52.10	51.24
0.50	1.37	1.33	1.30	1.27	1.23	1.20	1.18	1.15	1.12	1.10	1.08	1.05	1.03	1.01	0.99	0.97	0.95	0.93	0.92	0.90	0.88	0.87	0.85	0.84	0.83

Указатели: затылочный и глазничный. (Indices occipital et orbitaire).

	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
1	3.571	3.448	3.333	3.226	3.125	3.030	2.941	2.857	2.778	2.703	2.631	2.564	2.500	2.439	2.381	3.325	2.272	2.222	2.174	2.127
25	89.28	86.21	83.33	80.64	78.12	75.76	73.53	71.43	69.44	67.57	65.79	64.10	62.50	60.97	59.52	58.14	56.82	55.55	54.34	53.19
26	92.85	89.66	86.67	83.87	81.25	78.79	76.47	74.28	72.22	70.27	68.42	66.67	65.—	63.41	61.90	60.46	59.09	57.77	56.52	55.32
27	96.43	93.10	90.—	87.10	84.37	81.82	79.41	77.14	75.—	72.97	71.05	69.23	67.50	65.85	64.28	62.79	61.36	60.—	58.69	57.44
28	100.—	96.55	93.33	90.32	87.50	84.85	82.35	80.—	77.78	75.67	73.68	71.79	70.—	68.29	66.66	65.11	63.63	62.22	60.87	59.57
29	103.57	100.—	96.67	93.55	90.62	87.88	85.29	82.86	80.55	78.38	76.31	74.36	72.50	70.73	69.05	67.44	65.90	64.44	63.04	61.70
30	107.14	103.47	100.—	96.77	93.75	90.91	88.23	85.71	83.33	81.07	78.95	76.92	75.—	73.17	71.43	69.77	68.18	66.67	65.22	63.83
31		106.99	103.33	100.—	96.87	93.94	91.18	88.57	86.11	83.78	81.58	79.48	77.50	75.61	73.81	72.09	70.45	68.69	67.39	65.95
32			106.66	103.22	100.—	96.97	94.12	91.43	88.89	86.48	84.21	82.05	80.—	78.05	76.19	74.42	72.72	71.11	69.56	68.08
33				106.45	103.12	100.—	97.06	94.28	91.67	89.19	86.84	84.61	82.50	80.48	78.57	76.74	75.—	73.33	71.73	70.20
34					106.25	103.03	100.—	97.14	94.44	91.89	89.47	87.18	85.—	82.92	80.95	79.07	77.27	75.55	73.91	72.34
35						106.06	102.94	100.—	97.22	94.59	92.10	89.74	87.50	85.36	83.33	81.39	79.54	77.77	76.08	75.46
36							105.98	102.85	100.—	97.30	94.73	92.30	90.—	87.80	85.71	83.72	81.82	80.—	78.26	77.59
37								105.71	102.78	100.—	97.37	94.87	92.50	90.24	88.09	86.04	84.09	82.22	80.42	79.72
38									105.55	102.70	100.—	97.43	95.—	92.68	90.47	88.37	86.36	84.44	82.61	81.85
39										105.40	102.63	100.—	97.50	95.12	92.85	90.69	88.68	86.66	84.78	83.98
40											105.26	102.56	100.—	97.56	95.24	93.02	90.91	88.89	86.95	85.10
0.50	1.78	1.72	1.66	1.61	1.56	1.51	1.47	1.42	1.38	1.35	1.31	1.28	1.25	1.22	1.19	1.16	1.13	1.11	1.08	1.06
0.33	1.19	1.15	1.11	1.07	1.04	1.01	0.98	0.95	0.92	0.90	0.87	0.85	0.83	0.81	0.79	0.77	0.75	0.74	0.72	0.70

Указатели: затылочный и глазничный. Indices: occipital et orbitaire).

	28.5	29.5	30.5	31.5	32.5	33.5	34.5	35.5	36.5	37.5	38.5	39.5	40.5	41.5	42.5	43.5	44.5	45.5	46.5	47.5
1	3.508	3.3898	3.278	3.174	3.0769	2.985	2.898	2.8168	2.7897	1.6666	2.597	2.531	2.469	2.409	2.3529	2.2988	2.247	2.1978	2.150	
25	87.72	84.74	81.96	79.36	76.92	74.62	72.46	70.42	69.49	66.66	64.93	63.29	61.72	60.24	58.82	57.47	56.18	54.94	53.76	
26	91.23	88.13	85.24	82.54	80.—	77.61	75.36	73.23	71.23	69.33	67.53	65.82	64.19	62.65	61.17	59.77	58.42	57.14	55.91	

Дуги въ градусахъ и величина соотвѣтствующихъ тригонометрическихъ линій. Радіусъ 100 ᵐᵐ.

Arcs par degrés. Valeur des lignes trigonometriques correspondantes. Le rayon est de 100 ᵐᵐ.

Градусы (девяносто)	R=100 Синусъ	Разность	R=100 Косинусъ	Разность	Тангенсъ	Разность	Котангенсъ	Разность	Градусы	Синусъ	Разность	Косинусъ	Разность	Тангенсъ	Разность	Котангенсъ	Разность
1°	1.74	1.74	99.98	0.02	1.74	1.74	5728.99		46°	71.93		69.47	1.24	103.55	3.68	96.57	3.43
2°	3.49		99.94	0.05	3.49	1.75	2863.62		47°	73.13	1.20	68.20	1.26	107.24	3.82	93.25	3.32
3°	5.23		99.86	0.08	5.24	1.75	1908.11		48°	74.31	1.18	66.91	1.28	111.06	3.98	90.04	3.21
4°	6.97		99 76	0.11	6.99	1.76	1430.06		49°	75.47	1.16	65.61	1.31	115.04	4.14	86.93	3.11
5°	8.71	1.73	99.62	0.14	8.75		1143.00		50°	76.60	1.13	64·28	1.33	119.18		83.91	3.02
6°	10.45		99.45	0.17	10.51	1.77	951.44		51°	77.71	1.11	62.93	1.35	123.49	4.31	80.98	2.93
7°	12.19		99.25	0.20	12.28		814.43		52°	78.80	1.09	61.57	1.37	127.99	4.51	78.13	2.83
8°	13.92		99.03	0.23	14.05	1.78	711.54		53°	79.86	1.06	60.18	1.39	132.70	4.71	75.36	2.77
9°	15.64	1.72	98.77	0.26	15.84	1.79	631.37		54°	80.90	1.04	58.78	1.41	137.64	4.93	72.65	2.70
10°	17.36		98.48	0.29	17.63		567.13		55°	81.91	1.01	57.36	1.42	142.81	5.18	70.02	2.63
11°	19.08	1.71	98.16	0.32	19.44	1.80	514.45		56°	82.90	0.99	55.92	1.44	148.26	5.44	67.45	2.57
12°	20.79	1.70	97.81	0.35	21.26	1.82	470·46		57°	83.87	0.96	54.46	1.46	153.99	5.73	64.94	2.51
13°	22.49		97.44	0.38	23.09	1.83	433.15		58°	84.80	0.93	52.99	1.47	160.03	6.05	62.49	2.46
14°	24.19		97.03	0.41	24.93	1.85	401.08		59°	85.72	0.91	51.50	1.49	166.43	6.39	60.04	2.40
15°	25.88	1.69	96.59	0.44	26.79	1.86	373.20		60°	86.60	0.89	50.—	1.50	173.20	6.78	57.73	2.35
16°	27.56	1.68	96.13	0.47	28.67	1.88	348.74		61°	87.46	0.86	48.48	1.52	180.40	7.20	55.43	2.30
17°	29.24	1.67	95.63	0.49	30.57	1.90	327.08		62°	88.29	0.83	46.95	1.53	188.07	7.67	53.17	2.26
18°	30.90	1.66	95.10	0.52	32.49	1.92	307.77		63°	89.10	0.81	45.40	1.55	196.26	8.19	50 95	2.22
19°	32.56	1.65	94.55	0.55	34.43	1.94	290.42		64°	89.88	0.78	43.84	1.56	205.08	8.77	48.77	2.18
20°	34.20	1.64	93.97	0.58	36.40	1.97	274.75		65°	90.63	0.75	42.26	1.58	214.45	9.42	46.63	2.14
21°	35.84	1.63	93.36	0.61	38.39	1.99	260.51		66°	91.35	0.72	40.67	1.59	224.60	10.15	44.52	2.11
22°	37.46	1.62	92.72	0.64	40.40	2.02	247.51		67°	92.05	0.70	39.07	1.60	235.58	10.97	42.45	2.08
23°	39.07	1.61	92.05	0.67	42.45	2.04	235.58		68°	92.72	0.67	37.46	1.61	247.51	11.92	40.40	2.04
24°	40.67	1.60	91.35	0.70	44.52	2.08	224.60		69°	93.36	0.64	35.84	1.62	260.51	13.—	38.39	2.02
25°	42.26	1.59	90.63	0.72	46.63	2.11	214.45		70°	93.97	0.61	34.20	1.63	274.75	14.24	36.40	1.99
26°	43.84	1.58	89.88	0.75	48.77	2.14	205.03		71°	94.55	0.58	32.56	1.64	290.42	15.67	34.43	1.97
27°	45.40	1.56	89.10	0.78	50.95	2.18	196.26		72°	95.10	0.55	30.90	1.65	307.77	17.33	32.49	1.94
28°	46.95	1.55	88.29	0.81	53.17	2.22	188.07		73°	95.63	0.52	29.24	1.66	327.08	19.32	30.57	1.92
29°	48.48	1.53	87.46	0.83	55.43	2.26	180.40		74°	96.13	0.49	27.56	1.67	348.74	21.66	28.67	1.90
30°	50.—	1.52	86 60	0.86	57.75	2.30	173.20		75°	96.59	0.47	25.88	1.68	373.20	24.46	26.79	1.88
31°	51.50	1.50	85.71	0.89	60.69	2.35	166.43		76°	97.03	0.44	24.19	1.69	401.08	27.87	24.93	1.86
32°	52.99	1.49	84.80	0.91	62.49	2.40	160.03		77°	97.44	0.41	22.49		433.15	32.07	23.09	1.85
33°	54.46	1.47	83.87	0.93	64.94	2.46	153.99		78°	97.81	0.38	20.79	1.70	470.46	37.32	21.26	1.83
34°	55.92	1.46	82.90	0.96	67.45	2.51	148.26		79°	98.16	0.35	19.08		514.45	43.49	19.44	1.82
35°	57.36	1.44	81.91	0.99	70.02	2.57	142.81		80°	98.48	0.32	17.36	1.71	567.13	52.67	17.63	1.80
36°	58.78	1.42	80.90	1.01	72.65	2.63	137.64		81°	98.77	0.29	15.64	1.72	631.37	64.25	15.84	1.79
37°	60.18	1.41	79.86	1.04	75.36	2.70	132.70		82°	99.03	0.26	13.92	1.73	711.54	80.16	14.05	1.78
38°	61.57	1.39	78.80	1.06	78.13	2.77	127.99		83°	99.25	0.23	12.19		814.43	102.90	12.28	1.77
39°	62.93	1.36	77.71	1.09	80.98	2.85	123.49		84°	99.45	0.20	10.45	1.73	951.44	137.—	10.51	
40°	64.28	1.35	76.60	1.11	83.91	2.93	119.17		85°	99.62	0.17	8.71		1143.—	191.57	8.75	
41°	65.61	1.33 1.31	75.47	1.13 1.16	86.93	3.02 3.11	115.04		86°	99.76	0.14	6.97	1.74	1430.07	287.06	6.99	1.76
42°	66.91	1.28	74.31	1.18	90.04	3.21	111.06		87°	99.86	0.11	5.23		1908.11	477.95	5.24	1.75
43°	68.20	1.26	73.13	1.20	93.25	3.32	107.24		88°	99.94	0.08	3.49		2863.62	955.71	3.49	
44°	69.47	1.24	71.93	1.22	96.57	3.43	103.55		89°	99.98	0.05	1.74	1.74	5728.99	2865.37	1.74	1.74
45°	70.71	1.22	70.71	1.24	100.—	3.55	100.—		90°	100.—	0.02	0.00				0.00	

Синусы въ миллиметрахъ и соотвѣтствующія имъ величины косинусовъ.

Sinus par millimètres. Valeur des Cosinus correspondants.

Синусъ въ миллиметрахъ.	Косинусъ	Синусъ въ миллиметрахъ.	Косинусъ	Синусъ въ миллиметрахъ.	Косинусъ	Синусъ въ миллиметрахъ.	Косинусъ	Синусъ въ миллиметрахъ.	Косинусъ	Синусъ въ миллиметрахъ.	Косинусъ	Синусъ въ миллиметрахъ.	Косинусъ	Синусъ въ миллиметрахъ.	Косинусъ
1	99.986	13	99.14	25	96.82	37	92.90	49	87.16	62	78.45	75	66.13	88	47.48
2	99.97	14	99.01	26	96.55	38	92.50	50	86.60	63	77.65	76	64.98	89	45.59
3	99.94	15	98.86	27	96.28	39	92.08	51	86.02	64	76.83	77	63.79	90	43.58
4	99.91	16	98.71	28	96.00	40	91.64	52	85.41	65	75.98	78	62.58	91	41.45
5	99.87	17	99.55	29	95.71	41	91.20	53	84.80	66	75.12	79	61.30	92	39.18
6	99.81	18	98.36	30	95.39	42	90.75	54	84.16	67	74.22	80	59.99	93	36.74
7	99.75	19	98.18	31	95.06	43	90.28	55	83.52	68	73.30	81	58.63	94	34.10
8	99.67	20	97.97	32	94.73	44	89.80	56	82.85	69	72.37	82	57.23	95	31.22
9	99.59	21	97.76	33	94.39	45	89.30	57	82.15	70	71.40	83	55.77	96	28.05
10	99.49	22	97.54	34	94.04	46	88.78	58	81.45	71	70.41	84	54.24	97	24.30
11	99.38	23	97.31	35	93.67	47	88.26	59	80.74	72	69.40	85	52.56	98	21.57
12	99.27	24	97.07	36	93.29	48	87.71	60	80.00	73	68.34	86	51.02	99	14.05
								61	79.23	74	67.26	87	49.31	100	00.00

Синусы и косинусы въ миллиметрахъ. Величина соотвѣтствующихъ угловъ.

(Sinus et cosinus par millimetres. Valeur des angles correspondants).

Синусъ въ миллимет.	Уголъ въ градусахъ.	Дополнит. углы для косинуса.	Разность для 1 миллиметра.	Синусъ въ миллимет.	Уголъ въ градусахъ.	Дополнит. углы для косинуса.	Разность для 1 миллиметра.	Синусъ въ миллимет.	Уголъ въ градусахъ.	Дополнит. углы для косинуса.	Разность для 1 миллиметра.	Синусъ въ миллимет.	Уголъ въ градусахъ.	Дополнит. углы для косинуса.	Разность для 1 миллиметра.	Синусъ въ миллимет.	Уголъ въ градусахъ.	Дополнит. углы для косинуса.	Разность для 1 миллиметра.
1	0°57	89°43		21	12°12	77°88		41	24°20	65°80		61	37°59	52°41	0°72	81	54°10	35°90	0°97
2	1°14	88°86	0°57	22	12°71	77°29	0°59	42	24°83	65°17		62	38°32	51°68	0°73	82	55°09	34°91	0°99
3	1°71	88°29		23	13°30	76°70		43	25°47	64°53	0°64	63	39°05	50°95		83	56°10	33°90	1°01
4	2°29	87°71		24	13°88	76°12		44	26°10	63°90		64	39°79	50°21	0°74	84	57°15	32°85	1°05
5	2°87	87°13		25	14°47	75°53		45	26°74	63°26		65	40°55	49°45		85	58°22	31°78	1°07
6	3°44	86°56		26	15°07	74°93		46	27°39	62°61	0°65	66	41°30	48°70	0°75	86	59°32	30°58	1°10
7	4°02	85°98		27	15°66	74°34		47	28°03	61°97		67	42°07	47°93	0°77	87	60°45	29°55	1°13
8	4°59	85°41		28	16°26	73°74		48	28°69	61°31		68	42°85	47°15		88	61°64	28°36	1°19
9	5°16	84°84		29	16°86	73°14	0°60	49	29°34	60°66		69	43°63	46°37	0°78	89	62°87	27°13	1°23
10	5°74	84°26		30	17°46	72°56		50	30°—	60°—	0°66	70	44°43	45°57	0°80	90	64°16	25°84	1°29
11	6°31	83°69		31	18°06	71°94		51	30°66	59°34		71	45°24	44°76	0°81	91	65°51	24°49	1°35
12	6°89	83°11	0°58	32	18°66	71°34		52	31°33	58°67	0°67	72	46°06	43°94		92	66°93	23°07	1°42
13	7°47	82°53		33	19°27	70°73		53	32°—	58°—		73	46°89	43°11	0°83	93	68°44	21°56	1°51
14	8°05	81°95		34	19°88	70°12	0°61	54	32°68	57°32	0°68	74	47°73	42°27	0°84	94	70°06	19°94	1°62
15	8°63	81°37		35	20°48	69°52		55	33°38	56°62		75	48°59	41°41	0°86	95	71°81	18°19	1°75
16	9°21	80°79		36	21°10	68°90		56	34°05	55°95	0°69	76	49°47	40°53	0°88	96	73°71	16°29	1°90
17	9°76	80°21		37	21°72	68°28	0°62	57	34°75	55°25		77	50°36	39°64	0°89	97	75°93	14°07	2°22
18	10°37	79°63		38	22°33	67°67		58	35°45	54°55	0°70	78	51°73	38°73	0°91	98	77°54	12°46	2°61
19	10°95	79°05		39	22°95	67°05	0°63	59	36°15	53°85		79	52°19	37°81	0°92	99	81°93	8°07	4°41
20	11°53	78°47		40	23°58	66°42		60	36°87	53°13		80	53°13	36°87	0°94	100	90°—	0°00	8°07

Тангенсы и котангенсы въ миллиметрахъ. Величина соотвѣтствующихъ угловъ.

(Tangentes et cotangentes par millimetres, Valeur des angles correspondants).

Тангенсъ въ милл.	Углы въ градусахъ.	Уголъ дополн. для котангенс.	Разность на 1 миллиметръ.	Тангенсъ въ милл.	Углы въ градусахъ.	Уголъ дополн. для котангенс.	Разность на 1 миллиметръ.	Тангенсъ въ милл.	Углы въ градусахъ.	Уголъ дополн. для котангенс.	Разность на 1 миллиметръ.	Тангенсъ въ милл.	Углы въ градусахъ.	Уголъ дополн. для котангенс.	Разность на 1 миллиметръ.	Тангенсъ въ милл.	Углы въ градусахъ.	Уголъ дополн. для котангенс.	Разность на 1 миллиметръ.
1	0°57	89°43		36	19°79	70°21	0°50	71	35°37	54°63	0°38	106	46°66	43°34	0°27	240	67°38	22°62	0°89
2	1°14	88°86	0°57	37	20°30	69°70	0°51	72	35°75	54°25	0°38	107	46°93	43°07	0°27	250	68°19	21°81	0°81
3	1°72	88°28	0°58	38	20°80	69°20	0°50	73	36°13	53°87	0°38	108	47°20	42°80	0°27	260	68°95	21°05	0°76
4	2°29	87°71	0°57	39	21°30	68°70	0°50	74	36°50	53°50	0°37	109	47°46	42°54	0°26	270	69°66	20°34	0°71
5	2°86	87°14	0°57	40	21°79	68°21	0°49	75	36°87	53°13	0°37	110	47°72	42°28	0°26	280	70°33	19°67	0°67
6	3°43	86°57	0°57	41	22°29	67°71	0°50	76	37°23	52°77	0°36	111	47°98	42°02	0°26	290	70°97	19°03	0°64
7	4°—	86°—	0°57	42	22°78	67°22	0°49	77	37°59	52°41	0°36	112	48°23	41°77	0°25	300	71°55	18°45	0°58
8	4°57	85°43	0°57	43	23°26	66°74	0°48	78	37°95	52°05	0°36	113	48°48	41°52	0°25	320	72°63	17°37	1°08
9	5°14	84°86	0°57	44	23°74	66°26	0°48	79	38°30	51°70	0°35	114	48°74	41°26	0°26	340	73°59	16°41	0°96
10	5°71	84°29	0°57	45	24°22	65°77	0°48	80	38°65	51°35	0°35	115	48°99	41°01	0°25	360	74°46	15°54	0°87
11	6°27	83°73	0°56	46	24°70	65°30	0°48	81	39°—	51°—	0°35	116	49°23	40°77	0°24	380	75°24	14°76	0°78
12	6°84	83°16	0°57	47	25°17	64°83	0°47	82	39°34	50°66	0°34	117	49°47	40°53	0°24	400	75°96	14°04	0°72
13	7°40	82°60	0°56	48	25°64	64°36	0°47	83	39°68	50°32	0°34	118	49°71	40°29	0°24	420	76°59	13°41	0°63
14	7°97	82°03	0°57	49	26°10	63°90	0°46	84	40°03	49°97	0°35	119	49°95	40°05	0°24	440	77°18	12°82	0°59
15	8°53	81°47	0°56	50	26°56	63°44	0°46	85	40°36	49°64	0°33	120	50°19	39°81	0°24	460	77°71	12°29	0°58
16	9°09	80°91	0°56	51	27°02	62°98	0°46	86	40°69	49°31	0°33	125	51°33	38°67	1°14	480	78°21	11°79	0°50
17	9°64	80°36	0°55	52	27°47	62°53	0°45	87	41°02	48°98	0°33	130	52°42	37°58	1°09	500	78°67	11°33	0°46
18	10°20	79°80	0°56	53	27°92	62°08	0°45	88	41°34	48°66	0°32	135	53°46	36°54	1°04	550	79°67	10°33	1°00
19	10°76	79°24	0°56	54	28°37	61°63	0°45	89	41°66	48°34	0°32	140	54°45	35°55	0°99	600	80°51	9°49	0°84
20	11°30	78°70	0°54	55	28°81	61°19	0°44	90	41°98	48°02	0°32	145	55°40	34°60	0°95	700	81°85	8°15	1°34 1°01
21	11°85	78°15	0°55	56	29°25	60°75	0°44	91	42°29	47°71	0°31	150	56°30	33°70	0°90	800	82°86	7°14	1°01
22	12°40	77°60	0°55	57	29°68	60°32	0°43	92	42°61	47°39	0°32	155	57°16	32°84	0°86	900	83°64	6°36	0°78
23	12°95	77°05	0°55	58	30°11	59°89	0°43	93	42°92	47°08	0°31	160	57°99	32°01	0°83	1000	84°25	5°75	0°61
24	13°49	76°51	0°54	59	30°54	59°46	0°43	94	43°22	46°78	0°30	165	58°78	31°22	0°79	1200	85°79	4°81	0°94
25	14°03	75°97	0°54	60	30°96	59°04	0°42	95	43°52	46°48	0°30	170	59°52	30°48	0°74	1500	86°14	3°86	0°95
26	14°57	75°43	0°54	61	31°38	58°62	0°42	96	43°82	46°18	0°30	175	60°26	29°74	0°74	2000	87°16	2°84	1°02
27	15°11	74°89	0°54	62	31°79	58°21	0°41	97	44°12	45°88	0°30	180	60°94	29°06	0°68	2500	87°72	2°28	0°56
28	15°64	74°36	0°53	63	32°20	57°80	0°41	98	44°41	45°59	0°29	185	61°59	28°41	0°65	3000	88°04	1°96	0°32
29	16°17	73°83	0°53	64	32°61	57°39	0°41	99	44°70	45°30	0°29	190	62°23	27°77	0°64	4000	88°39	1°61	0°35
30	16°70	73°30	0°53	65	33°02	56°98	0°41	100	45°—	45°—	0°30	195	62°84	27°16	0°61	5000	88°74	1°26	0°35
31	17°22	72°78	0°52	66	33°42	55°58	0°40	101	45°28	44°72	0°28	200	63°42	26°58	0°58	6000	89°00	0.00	
32	17°74	72°26	0°52	67	33°82	56°18	0°40	102	45°56	44°44	0°28	205	63°99	26°01	0°57				
33	18°26	71°74	0°52	68	34°21	55°79	0°39	103	45°84	44°16	0°28	210	64°52	25°48	0°53				
34	18°77	71°23	0°51	69	34°60	55°40	0°39	104	46°12	43°88	0°28	220	65°54	24°46	1°02				
35	19°29	70°71	0°52	70	34°99	55°01	0°39	105	46°39	43°61	0°27	230	66°49	23°51	0°95				

Французскія мѣры

(Mesures Françaises)

Приведеніе старинныхъ французскихъ мѣръ въ новѣйшія

	метръ	дюймъ		метръ	линія		метръ	линія		метръ
1 Pied de roi	= 0.324840	1 id	=	0.02707	1 id	=	0.002255	7 id	=	0.015785
		2 id	=	0.05414	2 id	=	0.004510	8 id	=	0.018040
1 once	= 30.551	3 id	=	0.08121	3 id	=	0.006765	9 id	=	0.020295
1 gros	= 3.81	4 id	=	0.10828	4 id	=	0.009020	10 id	=	0.022550
1 grain	= 0.053	5 id	=	0.13535	5 id	=	0.011275	11 id	=	0.024805
		6 id	=	0.16242	6 id	=	0.013530			

Нюренбергскій Медицинскій фунтъ

(Livre médicinale de Nuremberg)

Къ сочиненіямъ Тидеманна.

унцъ		граммъ	драхма		граммъ	скрупулъ		граммъ
1 id	=	29.821	1 id	=	3.727	1 id	=	0.0621
2 id	=	59.642	2 id	=	7.455	2 id	=	0.1242
3 id	=	89.463	3 id	=	11.183	3 id	=	0.1863
4 id	=	119.284	4 id	=	14.910	4 id	=	0.2484
5 id	=	149.105	5 id	=	18.638	5 id	=	0.3105
6 id	=	178.927	6 id	=	22.365	6 id	=	0.3726
7 id	=	208.748	7 id	=	26 093	7 id	=	0.4347
8 id	=	238.569	8 id	=	29.821	8 id	=	0.4968
9 id	=	268.390				9 id	=	0.5589

Фунтъ=12 унцамъ=96 драхмамъ = 5760 скрупуламъ.

Унцъ=8 драхмамъ.

Драхма=60 скрупуламъ.

Множители π

Multiples de π

1 π = 3.1415926	6 π = 18.8495556
2 π = 6.2831852	7 π = 21.9911482
3 π = 9.4247778	8 π = 25.1327408
4 π = 12.5663704	9 π = 28.2743334
5 π = 15.7079630	10 π = 31.4159260

Таблица для умноженія ab на $\frac{1}{4}$ π.

$1\frac{\pi}{4}$ = 0.785398	$6\frac{\pi}{4}$ = 4.712388
$2\frac{\pi}{4}$ = 1.570796	$7\frac{\pi}{4}$ = 5.497786
$3\frac{\pi}{4}$ = 2.356194	$8\frac{\pi}{4}$ = 6.283184
$4\frac{\pi}{4}$ = 3.141592	$9\frac{\pi}{4}$ = 7.068582
$5\frac{\pi}{4}$ = 3.926990	$10\frac{\pi}{4}$ = 7.853980

Таблица для циклометра (Cyclometre).

Циклометръ для $a=1^{mm}$ $r=\frac{a^2+n^2}{2a}=\frac{1+n^2}{2}$						Циклометръ для $a=5^{mm}$ $r=\frac{a^2+n^2}{2a}=\frac{25+n^2}{10}$					
Для n	Величина r	Разность на 1/10 милл.	Для n.	Величина r.	Разность на 1/10 милл.	Для n.	Величина r.	Разность на 1/10 милл.	Для n.	Величина r.	Разность на 1/10 милл
n=1	r = 1.0		n=15	r= 113.0		n=5	r = 5.0		n=18	r = 34.9	
2	2.5	0.15	16	128.5	1.55	6	6.1	0.11	19	38.6	0.37
3	5.0	0.25	17	145.0	1.65	7	7.4	0.13	20	42.5	0.39
4	8·5	0.35	18	162.5	1.75	8	8.9	0.15	21	46.6	0.41
5	13.0	0.45	19	181.0	1.85	9	10.6	0.17	22	50.9	0.43
6	18.5	0.55	20	200.5	1.95	10	12.5	0.19	23	55.4	0.45
7	25.0	0.65	21	221.0	2.05	11	14.6	0.21	24	60.1	0.47
8	32.5	0.75	22	242.5	2.15	12	16.9	0.23	25	65.0	0.49
9	41.0	0.85	23	265.0	2.25	13	19.4	0.25	26	70.1	0.51
10	50.5	0.95	24	288.5	2.35	14	22.1	0.27	27	75.4	0.53
11	61.0	1.05	25	313.0	2.45	15	25.0	0.29	28	80.9	0.55
12	72.5	1.15	26	338.5	2.55	16	28.1	0 31	29	86.6	0.57
13	85.0	1.25	27	365.0	2.65	17	31.4	0.33	30	92.5	0.59
14	98.5	1.35						0.35			
		1.45									

Таблица ректификаціи эллинсиса.

(Tableau pratique de la rectification de l'Ellipse).

Таблица эта служитъ для сравненія всѣхъ эллипсисовъ, называемыхъ синтаксическими и имѣющихъ общую ось 2a′, равную 200 миллиметрамъ. Эта общая ось можетъ быть и большою, и малою осью. Вторая ось обозначается чрезъ 2e′, а окружность чрезъ 4S′.

Такимъ образомъ a′=100 миллиметрамъ есть половина постоянной оси: e′ означаетъ половину непостоянной оси и S есть четверть окружности. Таблица даетъ e′, если извѣстна S′, и наоборотъ.

Величины S′ и e′ выражены въ миллиметрахъ и доляхъ миллиметра. Величины S′ слѣдуютъ соотвѣтственно каждому полумиллиметру. Величины e′ приведены съ двумя десятичными, но за полную точность второй десятичной составитель не ручается.

$e' = a' = 100$ мм. есть случай круга и $S' = \frac{\pi}{2} = 157{,}08$. Цифры, обозначенныя большимъ шрифтомъ, вычислены непосредственно, а промежуточныя получены изъ пропорціональныхъ вычисленій и потому менѣе точны. Въ эллипсисахъ очень удлиненныхъ, у коихъ e′ болѣе 81 и менѣе 158, измѣненія соотношеній идутъ очень быстро и потому пропорціональныя вычисленія здѣсь могутъ привести къ ошибкамъ.

S′ =	e′ =	S′ =	e′ =	S′ =	e′ =	S′ =	e′ =	S′ =	e′ =	S′ =	e′ =
112.43	**31.62**	**130.—**	**63.24**	147.5	87.55	163	107.46	**180.72**	**129.11**	198.5	149.98
113	32.81	131.—	64.70	148	88.21	163.5	108.08	181	129.45	199	150.56
113.5	32.85	131.5	65.43	148.5	88.87	164	108.69	181.5	130.04	199.5	151.13
114	34.90	132	66.16	**148.93**	**89.44**	164.5	109.31	182	130.64	200	151.71
114.5	35.94	132.5	66.89	149	89.53	165	109.93	182.5	131.23	200.5	152.28
115	36 99	133	67.62	149.5	90.18	165.5	110.55	183	131.83	201	152.86
115.5	38.03	133.5	68.35	150	90.84	166	111.17	183.5	132.42	201.5	153.44
116	39.07	134	69.08	150.5	91.49	**166.51**	**111.80**	184	133.01	202	154.01
116.5	40.12	134.5	69.81	151	92.15	167	112.40	184.5	133.61	202.5	154.59
117	41.16	135	70.54	151.5	92.80	167.5	113.02	185	134.20	203	155.16
117.5	42.21	**135.12**	**70.12**	152	93.46	168	113.63	185.5	134.80	203.5	155.74
118	43.25	135.5	71.24	152.5	94.11	168.5	114.25	186	135.39	204	156.32
118.5	44.30	136	71.98	153	94.77	169	114.86	186.5	135.98	204.5	156.89
118.70	**44.72**	136.5	72.62	**153.06**	**94. 86**	169.5	115.48	187	136.58	205	157.47
119	45 24	137	73.33	153.5	95.42	170	116.09	187.5	137.17	205.5	158.05
119.5	46.10	137.5	74.02	154	96.06	170.5	116.71	188	137.77	**205.56**	**158.12**
120	46.97	138	74.72	154.5	96.70	171	117.32	188.5	138.36		
120.5	47.83	138.5	75.41	155	97.34	171.5	117.94	189	138 95		
121	48.70	139	76.11	**155.11**	**97.46**	172	118.55	189.5	139.55		
121.5	49.56	139.5	76.80	155.5	97.98	172.5	119.17	190	140.14		
122	50.42	**139.97**	**77.45**	156	98.62	**172.79**	**119.53**	190.5	140.74		
122.5	51.28	140	77.49	156.5	99.25	173	119.78	191	141.34		
123	52.15	140.5	78.16	157	99.90	173.5	120.38	**191.06**	**141.40**		
123.5	53.01	141	78.84	**157.08**	**100.—**	174	120.99	191.5	141.92		
124	53.87	141.5	79.51	157.5	100.52	174.5	121.59	192	142.49		
124.5	54.73	142	80.19	158	101.15	175	122.20	192.5	143.07		
124.53	**54.77**	142.5	80.86	158.5	101.78	175.5	122.80	193	143.64		
125	55.43	143	81.54	159	102.40	176	123.41	193.5	144.22		
125.5	56.22	143.5	82.21	**159.15**	**102.60**	176.5	124.01	194	144.80		
126	57.01	144	82.89	159.5	103.05	177	124.62	194.5	145.37		
126.5	57.78	144.5	83 56	160	103.68	177.5	125.22	195	145.95		
127	58.56	**144.56**	**83.66**	160.5	104.32	178	125.83	195.5	146.52		
127.5	59.34	145	84.25	161	104.96	178.5	126.43	196	147.10		
128	60.12	145.5	84.91	**161.35**	**105.42**	179	127.03	196.5	147.68		
128.5	60.90	146	85.57	161.5	105.62	179.5	127.64	197	148.25		
129	61.48	146.5	86.23	162	106.22	180	128.24	197.5	148.83		
129.5	62.41	147	86.89	162.5	106.84	180.5	128.84	198	149.40		

Таблица ректификаціи эллипсиса. *Таблица разностей.*

Rectification de l'Ellipse. Tableau des différences.

Лица, имѣющія прибѣгать къ употребленію этой таблицы, предполагаются знающими достаточно математику и не могущими поэтому смѣшать элементы эллипсиса E, построеннаго на основаніи измѣренія черепа, съ элементами подобнаго же эллипсиса E′, соотвѣтствующаго полуоси въ 100 миллиметровъ. Поэтому на этой таблицѣ помѣщены только величины S и e.

Отъ $e=0$ до $e=100$ эти величины получены непосредственно вычисленіемъ интегральнаго ряда. Величины $e=\sqrt{a^2-c^2}$, соотвѣтствующія уменьшающимся величинамъ c^2, написаны въ первомъ столбцѣ. Эллипсисы, у коихъ e менѣе 100, вычислены изъ предъидущихъ съ помощію подобія эллипсисовъ.

Первый столбецъ разнородностей даетъ разность для e соотвѣтственно 1 миллиметру S; второй столбецъ даетъ разность S соотвѣтственно 1 миллиметру e.

Величина c^2	Величина S	Величина e	Разность	
			e соотвѣтств. S мм.	e соотвѣтств. S мм.
100	100.—	0.—		
90	112.43	31.62		
80	118.70	44.72	2.09	0.48
70	124.53	54.77	1.72	0.58
60	130.—	63.24	1.56	0.64
50	135.12	70.72	1.47	0.68
40	139.97	77.45	1.39	0.72
30	144.56	83.66	1.35	0.74
20	148.93	89.44	1.22	0.75
10	153.06	94.86	1.31	0.76
5	155.11	97.46	1.28	0.78
0	157.08	100.—	1.27	0.78
	159.15	102.60	1.26	0.78
	161.35	105.42	1.26	0.78
	166.51	111.80	1.24	0.80
	172.79	119.53	1.23	0.81
	180.72	129.11	1.21	0.83
	191.06	141.40	1.19	0.84
	205.56	158.12	1.15	0.86
	227.37	182.58	1.12	0.89
	265.43	223.61	1.08	0.92
	355.56	316.25	1.02	0.97

Таблица для приведенія чиселъ Барнара Девиса.

Reductions des pesées de Barnard Davis.

1000 объемовъ песку изъ Кале по вѣсу равняются 1425 объемамъ воды, или иначе литръ песку вѣситъ 1425 граммовъ; отсюда получаемъ, что 1 унцъ вѣса (avoir-du-poids) песку Кале равняется 19 граммъ, 892 воды или=19, 892 Куб. Центим.

Унцы:	Кубич. цент.	Унцы:	Кубич. цент.	Унцы:	Кубич. цент.	Унцы:	Кубич. цент.	Унцы:	Кубич. цент.	Унцы:	Кубич. цент.	Унцы:	Кубич. цент.	Унцы:	Кубич. цент.
52 =	1034	57 =	1133	62 =	1233	67 =	1332	72 =	1432	77 =	1531	82 =	1631	87 =	1730
53 =	1054	58 =	1153	63 =	1253	68 =	1352	73 =	1452	78 =	1551	83 =	1651	88 =	1750
5 =	1074	59 =	1173	64 =	1273	69 =	1372	74 =	1472	79 =	1571	84 =	1671	89 =	1770
55 =	1094	60 =	1193	65 =	1293	70 =	1392	75 =	1492	80 =	1591	85 =	1691	90 =	1790
56 =	1113	61 =	1213	63 =	1313	71 =	1412	76 =	1512	81 =	1611	86 =	1710	91 =	1801

Нумера описательныхъ краніологическихъ признаковъ.

(Numeros descriptifs)

Осложненіе швовъ.

№. 1.

№. 2.

№. 3.

№. 4.

№. 5.

Сростаніе швовъ.

№. 0. Полное сростаніе. Шовъ сгладился.

№. 1. Болѣе половины шва срослось.

№. 2. Сростаніе шва на половину.

№. 3. Сростаніе менѣе чѣмъ на половинѣ шва.

№. 4. Шовъ свободный. Нѣтъ сростанія.

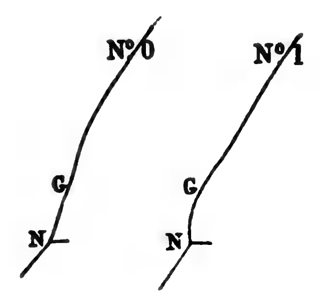
Ворміевы косточки,
размѣщенныя по длинѣ ихъ меньшаго діаметра.

Маленькія. **Среднія.** **Большія.**

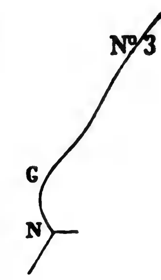


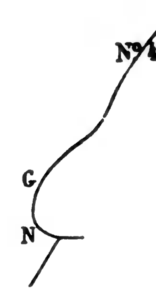
№. 1.	№. 2.	№. 3.	№. 4.	№. 5.
Отъ 1 мм. до 2 мм.	отъ 3 до 5 мм.	отъ 6 до 10 мм.	отъ 10 до 20 мм.	Болѣе 20 мм.

Надпереносье (Glabella).



N°2
G
N

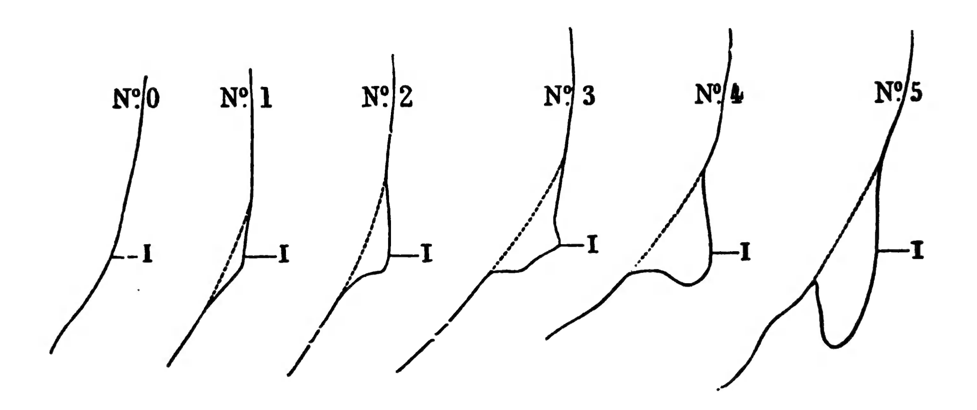




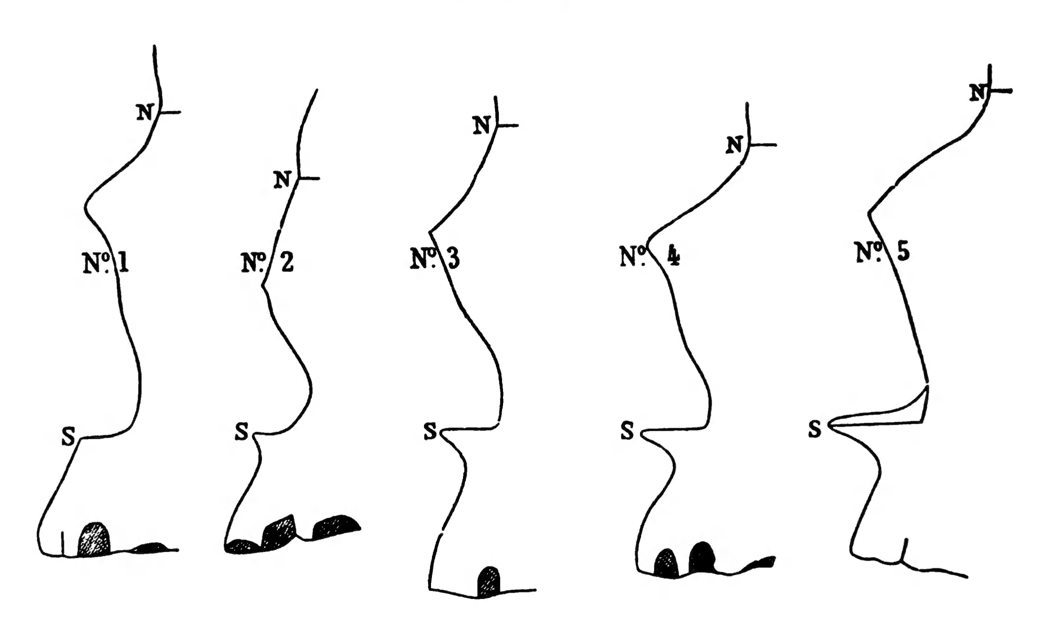
Нумера описательныхъ краніологическихъ признаковъ.

(Numeros descriptifs).

Затылочное возвышеніе. (Jnion).



Spina nasalis



Степени стиранія зубовъ.

№. 0. Зубы вовсе не стерты.
№. 1. Только эмаль зубная потерта, еще не видно снаружи зубнаго вещества.
№. 2. Зубное вещество уже вышло наружу въ видѣ одного отсровка или нѣсколькихъ въ центральной части зуба.
№. 3. Стираніе коснулось всего верхняго сѣченія зуба.
№. 4. Вся коронка стерлась (исключительный случай).

ИЗВѢСТІЯ ИМПЕРАТОРСКАГО ОБЩЕСТВА ЛЮБИТЕЛЕЙ ЕСТЕСТВОЗНАНІЯ.

Можно получать въ бюро Общества въ Московскомъ Политехническомъ Музеѣ и у книгопродавцевъ.

Цѣна:

Томъ I. вып. 1. и 2. Щуровскій, Г. Е. Исторія геологіи московскаго бассейна. 1866 и 1867 г. . . . 3 р. — к.

Томъ II. Извѣстія Антропологическаго Отдѣла. Томъ I.—1865 г. Приложенія: Общія инструкціи для антропологическихъ изслѣдованій и наблюденій П. Брока. Переводъ и дополненія А. П. Богданова . . . . 1 р. 50 к.

Томъ III. вып. 1. Протоколы засѣданій Общества съ 14 мая 1864 г. по 29 августа 1866 г. Москва. 1866. (Не осталось).
вып. 2. Инструкція для Туркестанской ученой экспедиціи. 1868 г. . . . . — 50 к.

Томъ IV. вып. 1. Богдановъ, А. П. Матеріалы для антропологіи курганнаго періода въ Московской губерніи 1867 г. . . . . 1 р. 50 к.
вып. 2. Вейнбергъ. Я. И. Критическій разборъ теоріи ураганов. 1867 г. . . . . . . 1 р. —

Томъ V. Федченко, Г. П. О самосадочной соли и соляныхъ озерахъ Каспійскаго и Азовскаго бассейновъ. 1870 г. . . . . 1 р. 50 к.

Томъ VI. Матеріалы для энтомологіи губерній Московскаго учебнаго Округа. . . . . 2 р. — к.
вып. 1. Федченко, А. П. Двукрылыя. 1868 г.
вып. 2. Ульянинъ, В. Н. Сѣтчатокрылыя и прямокрылыя. 1869 г.
вып. 3. Ошанинъ, В. Ф. Полужесткокрылыя. 1870 г.

Томъ VII. Труды Этнографическаго Отдѣла. Книга 1. Сборникъ антропологическихъ и этнографическихъ статей о Россіи и странахъ, ей прилежащихъ. (Изданіе В. А. Дашкова). Томъ I. 1868 г. (Не осталось) . . . . 2 р. 40 к.

Томъ VIII. вып. 1. Протоколы засѣданій Общества. Годъ седьмой. 1870 г. . . . . 2 р. —
вып. 2. Сѣверцовъ, Н. А. Вертикальное и горизонтальное распредѣленіе Туркестанскихъ животныхъ. 1876 г . . . . 3 р. —
вып. 3. Протоколы физическаго отдѣленія 1870 г. . . . . — 50 к.

Томъ IX. вып. 1. Протоколы засѣданій Общества. Годъ восьмой. 1871 г. . . . . 1 р. 50 к.
вып. 2. Чистяковъ, И. Д. Исторія развитія спорангіевъ и споръ высшихъ тайнобрачныхъ. 1871 г. . . . . 1 р. 50 к.

Томъ X. вып. 1. Протоколы засѣданій Общества. Годъ девятый. 1871—1872 г. . . . . 2 р. —
вып. 2. Протоколы засѣданій Общества. Годъ десятый. 1872—1873 г. . . . . 2 р. —

Томъ XI. Путешествіе въ Туркестанъ А. П. Федченко. Цѣна велен.
вып. 1. Мартенсъ. Слизняки. Перев. А. П. Федченко. . . . . 1 р. 25 к. — 85 к.
вып. 2. Ершовъ. Чешуекрылыя. . . . . . . 3 р. — 2 р. —
вып. 3. Кесслеръ. Рыбы . . . . 2 р. — 1 р. 30 к.
вып. 4. Соссюръ. Прямокрылыя, тетрадь 1-я. . . . . 1 р. — — 60 к.
вып. 5. Сольскій. Жесткокрылыя, тетрадь 1-я. . . . . 3 р. — 2 р. —
вып. 6. Ульянинъ. Ракообразныя, тетрадь 1-я. . . . . 3 р. — 2 р. —
вып. 7. А. П. Федченко. Въ Коканскомъ ханствѣ, тетрадь 1-я. . . . . . 5 р. — 3 р. 50 к.

Томъ XII. Труды Этнографическаго Отдѣла. Книга 2. Сборникъ антропологическихъ и этнографическихъ статей о Россіи и странахъ, ей прилежащихъ. (Изданіе В. А. Дашкова) Т. II. Народныя пѣсни Латышей. 1873 г. (Не осталось)

Томъ XIII. Труды Этнографическаго Отдѣла. Книга 3 . . . . 1 р. 25 к.
вып. 1. Протоколы 12 засѣданій Отдѣла Этнографіи. 1867—1874 г . . . . 1 р. 25 к.
вып. 2. Поповъ, К. А. Зыряне и Зырянскій край. 1874 г. . . . . 2 р. — к.

Томъ XIV. Протоколы засѣданій Общества. Годъ одинадцатый 1874. г . . . . 1 р. 25 к.

Томъ XV. Московскій Музей Прикладныхъ Знаній. Матеріалы для исторіи его устройства. 1874 г. 1 р. —

Томъ XVI. вып. 1. Ковалевскій, В. О. Остеологія двухъ ископаемыхъ видовъ копытныхъ. 1875 г. 1 р. —
вып. 2. Горожанкинъ, И. Н. Генезисъ въ типѣ пальмеллевидныхъ водорослей. 1875 г. 1 р. —
вып. 3. Зоологическія изслѣдованія В. Н. Ульянина и И. С. Раевскаго. 1875 г. 1 р. —

Томъ XVII. Московскій Музей Прикладныхъ Знаній. Матеріалы для исторіи его устройства. 1875 г. 2 р. —

Томъ XVIII. вып. 1. Линдеманъ, К. Э. Монографія короѣдовъ (Bostrychidae). 1876 г . . . . . . 1 р. 25 к.
вып. 2. Усовъ, М. М. Прибавленія къ познанію организаціи оболочниковъ. . . . . . . 2 р. —
вып. 3. Коротневъ. А. А. Опытъ сравнительнаго изученія Coelenterata. Lucernaria. 1876 г. 2 р. —

Томъ XIX. Путешествіе въ Туркестанъ А. П. Федченко. 1876 г. Цѣна велен.
вып. 8. Макъ-Лахланъ. Сѣтчатокрылыя . . . . 1 р. 50 к. 1 р. —
вып. 9. Моравицъ. Пчелы, тетрадь 1-я. . . . . 2 р. — 1 р. 30 к.
вып. 10. Кронебергъ. Пауки. . . . . 1 р. 50 к. 1 р. —

Томъ XX Труды Антропологическаго Отдѣла. Книга 2. Протоколы засѣданій 1865—1875 г. съ приложеніями. 1876 г. . . . . 3 р. —

Цѣна:

Томъ XXI. Путешествіе въ Туркестанъ А. П. Федченко.
вып. 11. Сольскій. Жестокрылыя, тетрадь 2-я . . . . 3 р. — к. 2 р. — к.
вып. 12. Регель. Туркестанская флора, тетрадь 1-я. . . . . 5 р. — к. 3 р. 50 к.
вып. 13. Моравицъ. Пчелы. тетрадь 2-я. . . . . 2 р. 50 к. 1 р. 70 к.
Томъ XXI. Московскій Музей Прикладныхъ Знаній. Матеріалы для исторіи его устройства за 1875 г.
Протоколы засѣданій Комитета Музея за 1873—1875 гг. . . . . 2 р. 50 к.
вып. 2. Засѣданія Комитета Музея въ 1876 г. . . . . 1 р. — к.
Томъ XXII. вып. 1. Засѣданія Комитета Музея въ 1877 г.
вып. 2. Воскресныя объясненія коллекцій Политехническаго Музея въ 1877 — 1878 академическомъ году.
Томъ XXIII. вып. 1. Брандтъ, А. Ф. Сравнительныя изслѣдованія надъ яйцевыми трубочками и яйцомъ насѣкомыхъ. 1876 г . . . . 2 р. 50 к.
вып. 2. Работы, произведенныя въ лабораторіи Зоологическаго Музея Московскаго Университета, подъ редакціею проф. А. П. Богданова. . . . . 3 р. — к.
Томъ XXIV. вып. 1. Бобрецкій, Н. В. Изслѣдованія о развитія головоногихъ . . . . . 2 р. — к.
вып. 2. Ульянинъ, В. Н. О происхожденіи купинъ, почкующихся въ желудкѣ геріопій.
Протоколы засѣданій Общества. Годы двѣнадцатый и тринадцатый. 1877 г. . . . . . . — 50 к.
Томъ XXV. вып. 1. Богдановъ, А. П. Замѣтки о зоологическихъ садахъ. 1876 г . . . . . 1 р. — к.
вып. 2, 3 и 4. Зоологическій Садъ и Акклиматизація. Труды Императорскаго Русскаго Общества Акклиматизаціи животныхъ и растеній. Томъ первый. Подъ редакціей А. П. Богданова . . . .
вып. 5. Труды Императорскаго Русскаго Общества Акклиматизаціи животныхъ и растеній. Томъ первый. Подъ редакціей А. П. Богданова. Приложеніе А. А. Тихомирова. О составѣ фауны въ Зоологическихъ садахъ. . . . . } 6 р. — к.
Томъ XXVI. Путешествіе въ туркестанъ А. П. Федченко.
вып. 14. Радошковскій и Майръ. Перепончатокрылыя Брауеръ. Odonata. . . . . . 2 р. — к.
Томъ XXVII. Антропологическая выставка Общества. Засѣданія Комитета по устройству выставки. Подъ редакціей А. П. Богданова. 1877. . . . . 5 р. — к.
Томъ XXVIII. Труды Этнографическаго Отдѣла. Книга 4. Протоколы 13 засѣданій (съ 14 ноября 1874 года по 17 апрѣля 1877 года), съ 12 приложеніями. 1877 г. . . . . 2 р. — к.
Томъ XXIX. Этнографическая выставка 1867 г. съ 19 таблицами. 1878 г. Подъ редакціею А. П. Богданова. 5 р. — к.
вып. 2. Кронебергъ А. И. О строеніи Eylais. . . . . 1 р. 50 к.
Томъ XXX. Труды Этнографическаго Отдѣла. Книга 5-я. . . . . 5 р. — к.
вып. 1. Матеріалы по этнографіи русскаго населенія Архангельской губерніи, собранные д. чл. П. С. Ефименкомъ. Часть I. Описаніе внѣшняго и внутренняго быта. 1877 г . . 2 р. 50 к.
вып. 2. Часть II. Народный языкъ и словесность. . . . . 2 р. 50 к.
Томъ XXXI. Антропологическая выставка. Протоколы засѣданій. Томъ второй. Подъ редакціею А. П. Богданова. Съ таблицами и политипажами . . . . 5 р. — к.
Томъ XXXII. вып. 1. Усовъ М. М. Изслѣдованія надъ развитіемъ Головоногихъ . . . . . 3 р. — к.
вып. 2. Работы Лабораторіи Зоологическаго Музея Московскаго Университета. Выпускъ 2. (печатаются).
Томъ XXXIII. вып. 1. Юбилей Г. Е. Щуровскаго. (печатается).
вып. 2. Рѣчи и статьи Г. Е. Щуровскаго. . . . . 5 р. — к.
Томъ XXXIV. Путешествіе въ Туркестанъ. **вып. 1.** А. Н. Богдановъ. Къ краніологіи Туркестанскаго населенія (печатается).
вып. 2. Ленточные Туркестанскаго края, обработанные докторомъ Краббе въ Копенгагенѣ. Переводъ А. П. Богданова.
Томъ XXXV. Антропологическая выставка, томъ 3 (печатается).
Томъ XXXVI. вып. 1. Воскресныя объясненія коллекцій Политехническаго Музея въ 1878—79 гг.
вып. 2. Протоколы засѣданій Комитета Политехническаго Музея въ 1878 и 1879 г. Съ приложеніемъ коллекцій Музея (печатаются)
Томъ XXXVII. Протоколы засѣданій Общества за 1877—79 годъ (печатаются).
Томъ XXXVIII. Труды Антропологическаго Отдѣла, томъ 6. выпускъ 1. Антропологическія таблицы П. Брока, съ объяснительною статьею; переводъ и редакція А. П. Богданова.